

N° d'enregistrement

du C.N.R.S.

A.O. 4336

THESE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES

de PARIS

par

M. DOAN Tu Ho

pour obtenir

le titre de Docteur-Ingénieur

Première Thèse : Contribution à l'étude du comportement
à la fatigue des bétons bitumineux

Deuxième Thèse : Propositions données par la Faculté

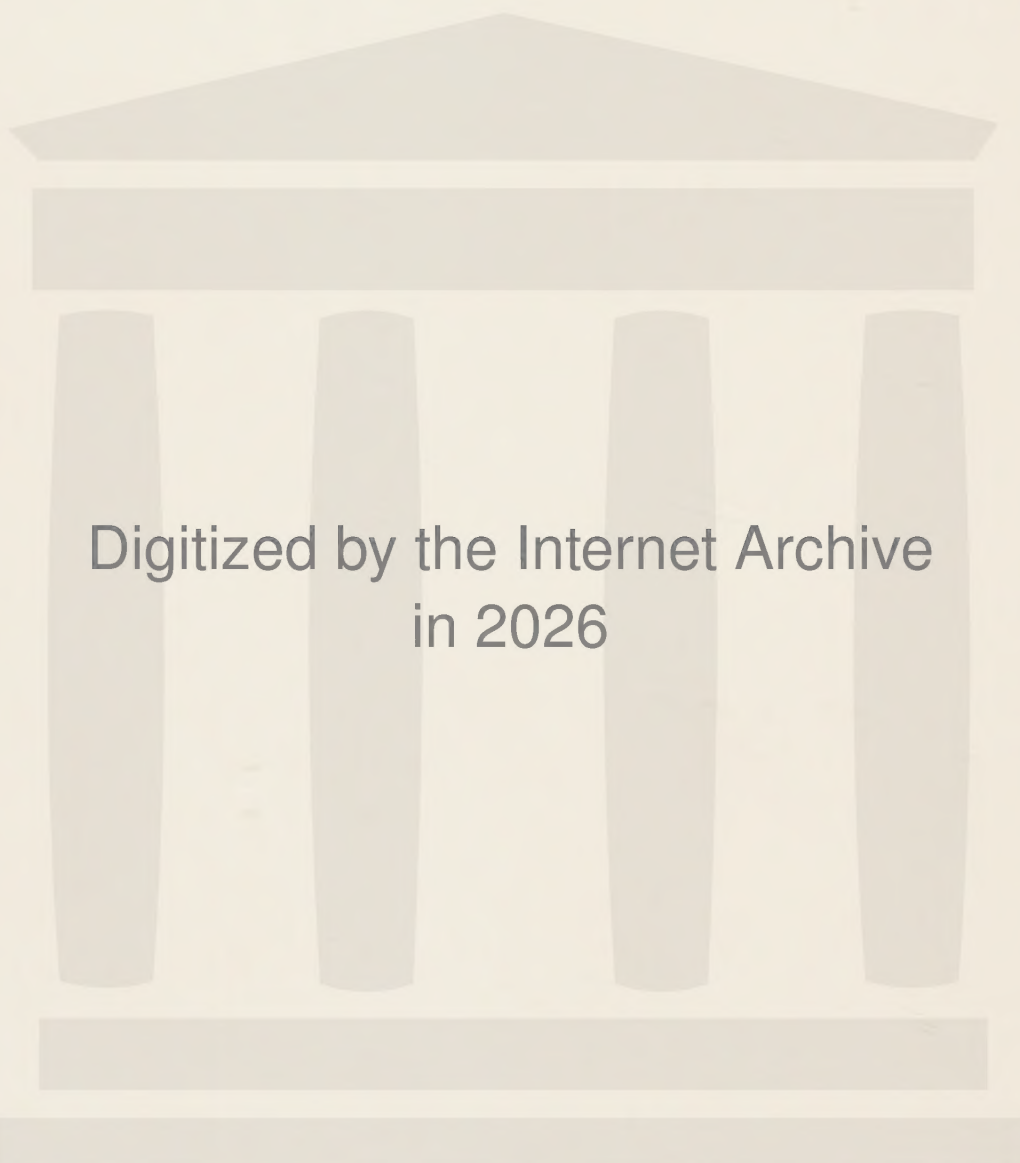
soutenue le 27 mai 1970 - devant la commission d'Examen

MM. R. SIESTRUNCK, Président

P. ALAIS

J. BONITZER

Examineurs



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549922_0062

N° d'enregistrement

du C.N.R.S.

A.O. 4336

THESE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

présentée

A LA FACULTÉ DES SCIENCES

de PARIS

par

M. DOAN Tu Ho

pour obtenir

le titre de Docteur-Ingénieur

Première Thèse : Contribution à l'étude du comportement
à la fatigue des bétons bitumineux

Deuxième Thèse : Propositions données par la Faculté

soutenue le 27 mai 1970 - devant la commission d'Examen

MM. R. SIESTRUNCK, Président

P. ALAIS

J. BONITZER

Examineurs



La présente contribution à l'étude du comportement à la fatigue des bétons bitumineux se compose des 5 parties suivantes après un rappel de leurs propriétés viscoélastiques linéaires étudiées au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées depuis une dizaine d'années.

- 1°) - la mise au point d'une méthode expérimentale de flexion sinusoïdale à déformation asservie;
- 2°) - l'élaboration d'une méthode d'analyse statistique des résultats permettant de tenir compte du caractère probabiliste des phénomènes de fatigue, de l'hétérogénéité des matériaux et de faciliter une étude de corrélation ainsi qu'une analyse de la variance des facteurs contrôlés ;
- 3°) - l'application de ces méthodes à l'étude comparative de divers types de bétons bitumineux, soit prélevés dans la chaussée, soit fabriqués en laboratoire ;
- 4°) - l'application de la méthode d'essai de PROT, déceler une limite d'endurance des enrobés ainsi que leur propriété d'accoutumance ;
- 5°) - l'application de cette même méthode à l'étude du comportement des enrobés sous charges progressives en corrélation avec d'autres caractéristiques telle que la compacité, le module de rigidité ...

Ce travail est effectué au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur SIESTRUNCK qui a accepté de me diriger et m'a encouragé pour l'aboutissement de ce travail.

.../...

Je remercie vivement Monsieur ALAIS qui m'a prodigué des conseils nécessaires à la bonne marche des expériences.

Ma reconnaissance va à la Direction du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées et à différents échelons hiérarchiques qui m'ont aidé depuis la préparation des essais jusqu'à la mise en page de ce travail.

INTRODUCTION

Il y a bientôt un siècle et demi que la défaillance des pièces de machines et les structures soumises à des charges répétées a été constatée et étudiée par ALBERT en Allemagne (1829) à propos de l'effet des tractions répétées sur les chaînes de mines. HODGKINSON, en Angleterre (1849) avait effectué des essais de flexions répétées sur les ponts métalliques. L'aspect distinctif des cassures de fatigue avait été reconnu par RANKINE dès 1543.

En 1852, WÖHLER commença les premières études fondamentales en laboratoire avec les premières machines de fatigue. Il lui a fallu une quinzaine d'années pour aboutir à la formulation des premières lois fondamentales de fatigue sur les métaux. De nombreuses études et recherches, presque entièrement consacrées aux métaux et à des structures métalliques, ont suivi les travaux de WÖHLER, tant microscopiques que macroscopiques, avec des hypothèses ou des théories plus ou moins heureuses. La plupart des lois empiriques obtenues à la suite d'essais laborieux, de faible portée scientifique, ont, par contre, l'avantage de déboucher sur des applications pratiques.

En ce qui concerne le domaine des matériaux et des structures routiers, ce n'est qu'en 1942, soit plus d'un siècle plus tard, que le nombre de passage des véhicules de fort tonnage a été reconnu par O.J. PORTER (1) comme un des facteurs causant la dégradation des chaussées souples, sous l'aspect de l'augmentation de la déflexion et de l'apparition des fissures.

L.J. NIJBOER et C. VAN DER POEL (2) ont montré, en 1953, que la fatigue sous charges répétées des enrobés de revêtement de chaussées souples, entraîne une réduction de leur résistance à la flexion. Il y a rupture lorsque celle-ci est dépassée par les contraintes de flexion.

En 1955 F.N. HVEEM (3) a montré que les ruptures par fatigue dépendent à la fois de l'amplitude des déflexions et du nombre d'application de charges.

Une des conclusions des études expérimentales routières de la W.A.S.H.O. (4) a été l'existence de la rupture par fatigue des revêtements sans qu'il y ait rupture de sous-couches.

.../...

L'essai A.A.S.H.O. (5) a conclu au rôle déterminant du trafic lourd dans la rupture par fatigue des revêtements de chaussées souples.

Par la suite, la fatigue a été prise en considération en plus des caractéristiques mécaniques des matériaux dans un calcul rationnel des chaussées.

Des études systématiques de laboratoire, tendant à dégager les lois de fatigue, d'applications pratiques, ont été effectuées, notamment par R.N.J. SAAL, P.S. PELL (6, 7, 8) et MONISMITH (9) .

Le fait de connaître le comportement en fatigue des enrobés, sous certains modes de sollicitations, contribue, d'abord à déterminer la meilleure formule d'enrobé au point de vue de l'endurance, ensuite à fixer les contraintes ou déformations admissibles pour une durée de vie fixée, enfin de prévoir, compte tenu d'autres modes de dégradation, l'entretien et le renforcement de tronçons de chaussée fortement sollicités. Cependant il n'est pas possible d'appliquer directement les valeurs numériques obtenues au laboratoire au cas des chaussées réelles, du fait que le mode de sollicitation utilisé en laboratoire ne reproduit pas exactement ces sollicitations réelles, dans des conditions d'environnement identiques.

Les caractéristiques intrinsèques des bétons bitumineux ont été étudiées, dans l'hypothèse de la visco-élasticité linéaire et du principe de superposition de BOLTZMAN, au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées; les résultats obtenus ont été illustrés par les thèses de MM. HUET, SAYEGH et SOLEIMANI (17.18.19). Un autre mode de pensée, une autre méthode de travail et un effort continu et soutenu nous ont permis de contribuer à une meilleure connaissance de ces matériaux de revêtements. Cette contribution répond aux objectifs suivants:

- mise au point d'une méthode expérimentale d'étude systématique du comportement à la fatigue.
- recherche d'une méthode d'analyse des résultats d'application pratique.
- recherche d'une loi de distribution des durées de vie.
- recherche d'un modèle de loi de fatigue.

.../...

Chapitre 1

GÉNÉRALITÉS

1.1 Les bétons bitumineux, matériaux viscoélastiques

I.I.I. - Composition.

Un enrobé de chaussée est un matériau hétérogène de nature, constitué d'un squelette de granulats de taille allant de quelques microns à une dizaine de millimètres obtenu par un concassage de matériaux de carrière et d'un liant de bitume assurant la cohésion de l'enrobé et lui transmettant ses caractéristiques viscoélastiques. Une courbe granulométrique d'un enrobé de revêtement de route ayant servi d'échantillon d'essais est donnée dans le graphique I.

I.I.2. - Rappels des caractéristiques mécaniques dans le domaine linéaire d'applications pratiques.

Un calcul de dimensionnement des chaussées tient compte, en général, des grandeurs mécaniques mesurables suivantes, tant pour le liant de bitume que pour l'enrobé lui-même:

I.I.2.I. - Propriétés viscoélastiques du bitume. Caractéristiques intrinsèques du bitume.

I.I.2.I.I. - Une des caractéristiques intrinsèques du bitume est le module de rigidité en cisaillement fonction à la fois de la température et de la vitesse des sollicitations auxquelles a été soumis le bitume. L'étude de la réponse aux sollicitations en régime sinusoïdal a introduit les grandeurs module complexe dynamique et viscosité dynamique liées par la relation

$$G^*(i\omega) = i\omega \eta^*(i\omega) \quad (1)$$

à une température déterminée. Il en résulte, pour connaître la rigidité du

.../...

bitume en fonction à la fois de la température et de la fréquence des sollicitations, des réseaux d'isothermes donnant $G^*(i\omega)$ en fonction de la pulsation ω dans un système de coordonnées bilogarithmiques.

I.1.2.1.2. - Utilisation de la courbe maitresse.

L'équivalence du temps de charge et de la température sur les caractéristiques mécaniques des corps viscoélastiques linéaires, justifiée par une théorie moléculaire de O. NOKADA (12) a été utilisée par J.D. FERRY (10) dans un procédé de représentation graphique de l'ensemble des isothermes $G^*(i\omega)$ par une courbe maitresse unique obtenue par simple translation des isothermes de part et d'autres d'une isotherme de référence. La courbe maitresse ainsi obtenue, dans un système de coordonnées bilogarithmiques où l'abscisse est graduée en $\log(a_T \omega)$ et l'ordonnée en $\log G$ a permis de tenir compte à la fois de la susceptibilité thermique et de la susceptibilité temporelle. La grandeur a_T appelée coefficient de translation est la distance de translation des isothermes par rapport à l'isotherme de référence pour venir en coïncidence avec la courbe maitresse. Il est à signaler que a_T est lié de façon simple au temps de relaxation des sous molécules formant les molécules des polymères d'après la théorie de ROUSE (14).

Une expression analytique traduisant les résultats expérimentaux sur des polymères a été proposée par M.L. WILLIAMS, R.F. LANDEL et J.D. FERRY (13)

$$\log a_T = \frac{C_1(T - T_0)}{C_2 + T - T_0} \quad (2)$$

donnant la valeur de pour différentes températures T

T_0 étant la température de référence
 C_1, C_2 constantes dépendant à la fois du polymère et de T_0 .

Un tel procédé graphique a été utilisé également par G. SAYEGH et A. DAMONGEOT (15) pour représenter le module de cisaillement d'un bitume routier. Sur le graphique N° 2 de cette représentation est également indiquée la courbe représentative du facteur de translation correspondant.

.../...

Des abaques permettant une estimation d'un module de rigidité en fonction des caractéristiques en usage dans les techniques routières ont été établies par VAN DER POEL (16).

I.I.2.2. - Propriétés viscoélastiques linéaires des enrobés.

Du fait de la présence du liant de bitume dans sa composition l'enrobé lui-même a un comportement viscoélastique. Les caractéristiques mécaniques sont en quelque sorte celles du liant, mais amplifiées, comme l'avaient constaté C. HUET et G. SAYEGH dans leur thèse (17. 18).

En utilisant les hypothèses de la viscoélasticité linéaire, notamment le principe bien connu de superposition de BOLTZMANN dans le domaine de faibles contraintes et de faibles déformations des tentatives de représentation du comportement des enrobés aux sollicitations, par des modèles rhéologiques, ont été faites, tendant à dégager des caractéristiques communes des bétons bitumineux supposés viscoélastiques linéaires, telles que les fonctions de relaxation, de fluage.

La nature des charges supportées par un enrobé de chaussée peut être, soit statique, soit dynamique; la réponse correspondante du béton bitumineux peut être respectivement une déformation de fluage lente ou une déformation dynamique instantanée mais retardée.

I.I.2.2.I. - Comportement sous charge statique.

I.I.2.2.I.I. - Fonction de fluage et fonction de relaxation.

Lorsqu'une contrainte $\sigma(t)$ est appliquée à l'instant $t=0$, à un corps viscoélastique linéaire, l'expression de la déformation qui s'en suit s'écrit (19); compte tenu du principe de superposition, à partir de l'expression de la déformation dans le cas général:

$$\varepsilon(t) = \sigma(0)f(t) + \int_0^t \sigma'(\tau)f(t-\tau) d\tau \quad (3)$$

La fonction $f(t)$ qui caractérise la réponse en déformation est par définition la fonction de fluage dont la dérivée par rapport au temps s'appelle encore fonction de mémoire à contrainte imposée. Une expression équivalente

.../...

de la déformation lorsque la contrainte imposée est égale à σ_0 , est

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 J_0 + \sigma_0 \int_0^t f'(t-\tau) d\tau \quad (4)$$

où $J_0 = f(0)$ définit la complaisance instantanée et $\sigma_0 J_0$ mesure la déformation due à l'élasticité instantanée.

De manière similaire, en intervertissant les rôles des contraintes et des déformations, l'expression de la contrainte sous une déformation imposée.

$$\sigma(t) = \varepsilon(0) r(t) + \int_0^t \varepsilon'(\tau) r(t-\tau) d\tau \quad (5)$$

$$\text{ou} \quad \sigma(t) = \varepsilon(0) \sigma_0 + \int_0^t \varepsilon(0) r^*(t-\tau) d\tau$$

où $r(t)$ définissant l'évolution de la contrainte est la fonction de relaxation dont la dérivée est la fonction de mémoire à déformation imposée.

$\varepsilon(0) \sigma_0$ est la contrainte due à l'élasticité instantanée en présence du module de rigidité instantanée $\sigma_0 = r(0)$.

Lorsque $\varepsilon(t)$ ou $r(t)$ tend vers une limite finie pour t tendant vers l'infini les valeurs limites de $f(\infty)$ et $r(\infty)$ définissant respectivement une complaisance résiduelle et un module résiduel.

I.I.2.2.I.2. - Courbe maitresse de fonction de fluage.

L'équivalence temps - température a permis à SOLEIMANI (20) de regrouper par translation, dans un système de coordonnées bilogarithmiques, les différentes isothermes $f(t)_T$ de fonction de fluage en une courbe maitresse unique $f(t/a_T)$ fonction de la variable réduite t/a_T . Les facteurs de translation obtenus par ce procédé graphique vérifient également une équation du type W.L.F. et dépendent à la fois des polymères et de la température de référence.

Un exemple de courbe maitresse de fonction de fluage est indiqué dans le graphique N° 3, donnant le comportement en fluage en traction d'un enrobé routier étudié par SOLEIMANI. Pour l'utilisation pratique, il y a lieu de se rappeler que la fonction de fluage $f(t)$ à l'instant t et à la température T a pour valeur

$$f(t)_T = f(t/a_T)_{T_s} \quad (6)$$

a_T facteur de translation obtenu à la tempéra-

.../...

ture de référence T_s .

Les asymptotes horizontales de la courbe maitresse placées de façon approximative donnent une estimation des modules statique et instantanée, respectivement par

$$G_0 = \frac{1}{J_0} = \frac{1}{f(0)} \quad (7)$$

$$G_\infty = \frac{1}{J_\infty} = \frac{1}{f(\infty)} \quad (8)$$

Dès l'application d'une contrainte, la déformation instantanée est $\varepsilon(0) = \sigma_0/G_0$ et si la contrainte est maintenue constante au bout d'un temps suffisamment long la déformation limite à l'équilibre est $\varepsilon(\infty) = \sigma_0/G_\infty$.

I.I.2.2.2. - Comportement en dynamique.

Du fait de l'impossibilité pratique de résoudre théoriquement le problème du comportement des structures viscoélastiques soumises à des sollicitations aléatoires et de définir ainsi un module de rigidité exploitable de matériau enrobé, dans les étuves en laboratoire on a simplifié le mode de sollicitation.

Une méthode en usage est celle d'impédance mécanique en régime sinusoïdal, mise au point notamment au L.C.P.C. par C. FUMT (17). Le module de rigidité de l'enrobé supposé viscoélastique linéaire est calculé à partir des mesures expérimentales de l'impédance mécanique d'une structure simple. Un modèle rhéologique valable dans le domaine linéaire a été proposé pour les bétons bitumineux, puis complété par SAYEGH (18).

I.I.2.2.2.I. - Module opérationnel et module complexe.

En appliquant les transformées de CARSON aux équations de la viscoélasticité linéaire, MANDEL (21) a retrouvé les équations de LANE de l'élasticité :

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (9)$$

avec

$$\theta = \sum \varepsilon_{ii} \quad \delta_{ij} \text{ symbole de KRONECKER}$$

.../...

$$\lambda = \frac{E \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (I0)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (II)$$

E étant le module YOUNG

ν coefficient de POISSON

En viscoélasticité linéaire ces relations deviennent:

$$\sigma_{ij}^*(p) = \theta^* \lambda^*(p) \delta_{ij} + 2\mu^*(p) \varepsilon_{ij}^* \quad (I2)$$

La fonction relaxation en variable fonctionnelle de CARSON est

$$R^*(p) = \frac{\sigma^*(p)}{\varepsilon^*(p)} \quad (I3)$$

MANDEL l'a défini comme le module opérationnel.

Un cas particulier important dans les applications pratiques, en régime sinusoïdal, où p est remplacé par $i\omega$ est la définition du module complexe

$$R^*(i\omega) = \frac{\sigma^*(i\omega)}{\varepsilon^*(i\omega)} \quad (I4)$$

ω étant la pulsation en régime sinusoïdal, la forme adoptée par HUET (I7) pour définir le module complexe des bétons bitumineux est avec,

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \text{Im} \left\{ \sigma_0 e^{i\omega t} \right\} = \sigma_0 \sin \omega t \\ \varepsilon(t) &= \text{Im} \left\{ \varepsilon_0 e^{i(\omega t - \varphi)} \right\} = \varepsilon_0 \sin(\omega t - \varphi) \\ R^*(i\omega) &= \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{i\varphi} \end{aligned} \quad (I5)$$

Il y a lieu de signaler que les fonctions de fluage et de relaxation sont liées dans la représentation de CARSON, par la relation

$$R^*(p) * F^*(p) = 1 \quad (I6)$$

Cette relation n'est vérifiée par les fonctions originelles $r(t)$ et $f(t)$ qu'aux temps $t=0$ et $t=\infty$ respectivement, avec les relations suivantes qui ne sont valables que sous certaines conditions de régularité:

$$\begin{aligned} F^*(\infty) &= f(0) \quad , \\ F^*(0) &= f(\infty) \quad , \\ R^*(\infty) &= r(0) \quad , \\ R^*(0) &= r(\infty) \quad . \end{aligned}$$

.../...

I.I.2.2.2.2. - Courbe maitresse des modules complexes.

Là encore, l'équivalence "vitesse d'application de charge et température" a permis de représenter les modules complexes, en fonction des paramètres temps et température, par une courbe maitresse unique en variable réduite $a_T \omega$ relative à une température de référence arbitraire.

L'allure asymptotique d'une courbe maitresse de module d'un béton bitumineux indique l'existence d'une borne inférieure qui est le module statique, et d'une borne supérieure, le module d'instantané, définis précédemment.

De même le facteur de translation a_T relatif à une température de référence donnée, obtenu par translation des isothermes de module vérifie l'équation de W.L.F. (I3).

I.I.2.2.2.3. - Représentation dans le plan complexe; modèle rhéologique.

Dans le plan en coordonnées bilogarithmiques où la partie réelle du module est portée sur l'axe des abscisses et la partie imaginaire en ordonnées, les points représentatifs du module complexe en fonction des pulsations ω se placent au voisinage d'une courbe d'expression analytique

$$E(i\omega) = \frac{E_{\infty}}{1 + \delta(i\omega z)^{-K} + (i\omega z)^{-h}} \quad (I7)$$

$\delta, K, h < 1$ étant des paramètres caractéristiques du matériau étudié.

z constante de temps qui dépend de la température.

En proposant cette expression analytique, HUET (I7) a déterminé, pour un enrobé routier, les valeurs suivantes:

$$E_{\infty} = 400.000 \text{ bars}$$

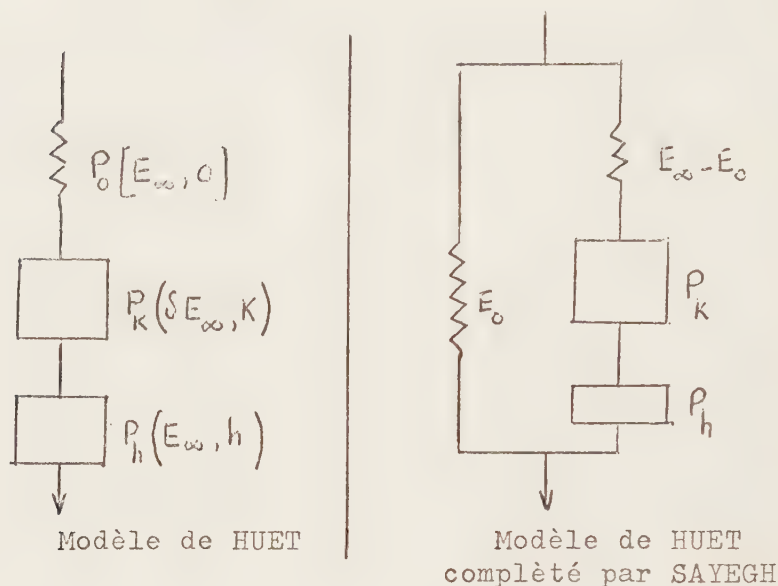
$$\delta = 2$$

$$K = 0,25$$

$$h = 0,60$$

.../...

le modèle rhéologique correspondant est composé d'un ressort et de 2 modèles paraboliques de caractéristiques indiquées sur le schéma ci-après:



On rappelle que les modèles paraboliques sont caractérisés par des fonctions de fluage de la forme

$$f_K(t) = A t^K \quad (I8)$$

$$f_h(t) = B t^h \quad 0 < K, h < 1 \quad (I9)$$

Ces modèles se réduisent à des amortisseurs purs lorsque $K = h = 1$ et à des ressorts purs lorsque $K = h = 0$

Une courbe représentative des modules complexes d'un béton bitumineux est indiqué dans le graphique 5 .

I.I.2.2.2.4. - Détermination expérimentale des modules complexes.

Deux techniques complémentaires l'une de l'autre ont été exploitées: celle des oscillations libres amorties et celle des oscillations formées en régime sinusoïdal.

La première, utilisée de préférence pour les corps faiblement amortis, à cause des difficultés de mesure de l'angle de perte vers les basses fréquences,

.../...

a eu un développement théorique et expérimental avec L.C.E. STRUICK (22) et a été appliquée notamment par NICHOLAS T. et HELLER R.A. (23).

STRUICK a établi la relation approchée entre les modules complexes en vibrations libres maorties et les modules en régime sinuoïdal et a ainsi montré que l'identité des 2 modules est acceptable pour les corps faiblement amortis.

La méthode des vibrations sinusoïdales a été appliquée par HUET, SAYEGH (17. 18) utilisant une structure de console en flexion sinusoïdale, dans l'hypothèse de l'approximation de RAYLEIGH pour déterminer le module complexe des bétons bitumineux.

1.2 Les méthodes expérimentales d'étude en fatigue des enrobés

Une première série, de caractère fondamental, menée par C.J. VAN DER POEL et L.W. NIJBOER (2) a été faite en flexion rotative à amplitude de contrainte constante sur des enrobés du type SANDSHEET, enrobés faits à base de sable et très compacts, les éprouvettes sont cylindriques de diamètre 3,75 cm et de 10 cm de longueur, la température d'essai a été de 10°C et la fréquence 25 Hz. Les résultats semblaient vérifier une loi linéaire entre les log des contraintes et les log des durées de vie avec des dispersions habituelles en fatigue.

Une étude de laboratoire en fatigue triaxiale effectuée par J.F. Mc LAUGHLIN et L.E. WOOD (24) a montré que, sous charges répétées de compression le comportement élastique de l'enrobé reste inchangé, par contre la déformation s'amplifie jusqu'à la rupture de l'éprouvette en fatigue.

Des essais analogues effectués par C.L. MONISMITH et S.E. SECOR (25) sur des éprouvettes cylindriques en compression, également d'un enrobé de type SANDSHEET, ont montré l'influence de la fréquence sur les durées de vie qui seraient plus faibles à basse fréquence.

Des essais de NIJBOER, repris ultérieurement par R.N.J. SAAL et P.S. PELL (6) ont montré l'influence de la température (essais effectués de - 10°C à 20°C), le matériau étant toujours un SANDSHEET. La loi de fatigue est une loi linéaire entre les log des contraintes et les log des durées de vie, tout au moins dans les limites des durées de vie obtenues.

Des études complémentaires faites par P.S. PELL, P.F. Mc CARTHY et R.R. GARDNER (7) et par P.S. PELL (8) ont conclu à la loi de fatigue suivante en flexion rotative à contrainte constante:

.../...

$$N = 1,44 \cdot 10^{-16} \left(\frac{E}{\sigma} \right)^6 \quad (20)$$

pour $10^4 < N < 10^8$

E étant le module de rigidité de l'enrobé
 σ amplitude de contrainte

le rapport $\frac{\sigma}{E}$ est l'amplitude de la déformation appliquée aux premiers cycles d'essais.

En négligeant l'influence des fréquences et de l'évolution de E en cours d'essai, la rupture ayant eu lieu rapidement dès l'apparition des premières fissures, P.S. PELL a conclu à un critère de déformation en fatigue et, après des essais à déformation constante en cisaillement, à une loi de fatigue de la forme

$$N = K \varepsilon^{-6} \quad (21)$$

ε amplitude de déformation

K constante du matériau: fonction de la teneur en liant et de sa dureté.

Plus récemment J.A. DEACON et CARL L. MONISMITH (28) en appliquant des séquences d'impulsions de forme semblable à celle des sollicitations des revêtements de chaussées lors du passage des véhicules, à des poutres d'enrobés en flexion circulaire, ont constaté que la forme des sollicitations a peu d'effet sur les durées de vie. Par contre ces poutres ont une meilleure résistance dans le cas des séquences d'amplitude croissantes, notamment dans le cas de 2 niveaux de contraintes

Ce n'était d'ailleurs qu'une tentative d'aborder le problème des charges aléatoires réelles subies par les revêtements de chaussée.

La loi de fatigue proposée par MONISMITH (26) reste la même que celle de P.S. PELL, soit, pour une enrobé de revêtement pour trafic lourd en Californie

$$N = k \varepsilon^{-5} \quad (22)$$

Chapitre 2

JUSTIFICATION DE L'ÉTUDE

2.1 Insuffisance des lois de durée de vie obtenues

Il y a lieu d'abord de signaler que dans la cas des essais à amplitude de contrainte constante P.S. PELL et MONI-SMITH ont fait l'hypothèse de l'uniformité des modules de rigidité des échantillons en fatigue afin de passer à une loi de déformation. Ce procédé est, peut-être, justifié pour des éprouvettes confectionnées en laboratoire, où une certaine homogénéité pourrait être obtenue, encore faudrait-il le vérifier par des méthodes non destructives.

Par contre, pour des prélèvements directs, donc des revêtements de chaussée, l'uniformité est loin d'être obtenue. Il est donc nécessaire de mesurer le module de rigidité de chaque éprouvette avant de la mettre en fatigue, aux mêmes conditions de température et de fréquence et avec le même appareillage autant que possible.

La loi de durée de vie admise est une loi à 2 paramètres, de forme

$$N = b \sigma^{-a} \quad (23)$$

$$\text{ou} \quad N = c \epsilon^{-a}$$

c , a , b constantes des matériaux

en faisant l'hypothèse de la nullité de la limite d'endurance, ainsi que de l'inexistence d'une limite inférieure des durées de vie, cette limite inférieure pouvant être introduite, comme on le verra plus loin, pour exclure les cas de rupture prématurée qui ne peuvent être que les cas exceptionnels, non représentatifs du comportement des matériaux.

En étudiant la fatigue des métaux en torsion alternée, STROMEYER (1914) avait proposé une loi à 3 paramètres pour tenir compte de la limite d'endurance

$$N = b (\sigma - \sigma_e)^{-a} \quad (24)$$

où σ_e est la limite d'endurance en dessous de laquelle il n'y aurait pas de dommage de fatigue.

PALMGREN (1924) puis WEIBULL introduisirent une loi à 4 paramètres pour éliminer les "morts-nés" et les ruptures anormales dans la fatigue des métaux

$$N - N_0 = b (\sigma - \sigma_e)^{-a} \quad (25)$$

.../...

Or l'hypothèse de la nullité de la limite d'endurance des bétons bitumineux n'a jamais été vérifiée; d'autre part obtenir des durées de vie au-delà de 10^8 cycles pour un enrobé est une performance technique difficilement atteinte.

D'autres faits, telles que les propriétés d'autoréparation et d'accoutumance des enrobés, rendent encore plus difficile la recherche d'une limite d'endurance.

2.2 Contribution à l'étude du comportement en fatigue

L'étude de la fatigue des enrobés a été une suite logique des études rhéologiques dans le domaine linéaire malgré le fossé séparant le comportement en fatigue du comportement viscoélastique linéaire. Cette contribution comporte

- 1).- une méthode expérimentale de flexion sinusoïdal à déformation asservie avec un asservissement par "tout ou rien" d'une simplicité remarquable proposé par Mr. ALAIS et réalisé au Laboratoire du Professeur SIESTRUNCK.
- 2).- l'élaboration d'une méthode d'analyse des résultats qui a permis de tenir compte du caractère probabiliste des phénomènes de fatigue, de l'hétérogénéité des matériaux ainsi que l'analyse de la variance des facteurs contrôlés.
- 3).- l'application de ces méthodes à l'étude comparative de divers types d'enrobés bitumineux, soit prélevés dans la chaussée, soit fabriqués en laboratoire.
- 4).- l'application de la méthode de PROT rendue possible encore avec le concours du laboratoire de Mécanique à Saint Cyr l'Ecole pour déterminer une limite d'endurance des enrobés ainsi que leur propriété d'accoutumance.
- 5).- l'application des essais de PROT à l'étude des enrobés, en corrélation avec d'autres caractéristiques telles que la compacité, le module de rigidité..., qui constitue une méthode d'investigation complémentaire des modes d'essais traditionnels.

.../...

Chapitre 3

MÉTHODES D'ANALYSE DES RÉSULTATS

L'étude de la mortalité en général et en particulier des durées de vie en fatigue des matériaux a eu un extraordinaire développement jusqu'à ce jour. Cependant le caractère purement aléatoire des résultats d'essai du à l'hétérogénéité des matériaux et au mécanisme de fatigue lui-même, nécessite un choix judicieux d'une parmi de nombreuses méthodes d'analyse afin d'obtenir une estimation correcte des variables étudiées et mesurées, aussi simplement que possible.

3.1 Lois de distribution des durées de vie applicables

Une structure sollicitée en fatigue au delà de sa limite d'endurance aura une mort certaine à longue échéance, mais sa durée de vie ou celle de la population à laquelle elle appartient, est une variable aléatoire physiquement et supérieurement bornée. Nous allons rappeler quelques lois de distribution de durées de vie ayant comme caractéristique commune d'être dissymétriques.

3.1.1. - Loi log-normale.

Une variable aléatoire $X > 0$ de distribution log-normale a une fonction de densité de probabilité

$$x > 0 \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot x \cdot \sigma} \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\log x - \mu)^2 \right) \quad (26)$$

$$x < 0 \quad f(x) = 0$$

μ et σ étant les paramètres de cette distribution log-normale

Les valeurs caractéristiques statistiques en sont:

$$\text{Mode} \quad e^{\mu - \sigma^2} \quad (27)$$

$$\text{Médiane} \quad e^{\mu} \quad (28)$$

$$\text{Moyenne} \quad e^{\mu + \sigma^2/2} \quad (29)$$

$$\text{Variance} \quad e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) \quad (30)$$

Une des hypothèses du mécanisme de fatigue qui en est à l'origine est la théorie des effets proportionnels pro-

.../...

posée par KAPTEYN.

Considérons en effet la perte de rigidité d'une éprouvette en béton bitumineux en fatigue à déformation imposée, pour laquelle on considère que la rupture a eu lieu lorsque la structure d'éprouvette a perdu de moitié sa rigidité initiale. Il est évident que ce processus dépend étroitement, sinon fidèlement, du processus de développement d'une fissure ou de multiplication de fissures élémentaires causant l'affaiblissement puis la défaillance de la structure.

Soit $X_1, X_2, \dots, X_n$ une séquence de variables aléatoires représentant la valeur de la rigidité, en des intervalles de temps successifs. Le passage d'un état à un autre est discontinu et aléatoire. Deux états successifs sont liés par la relation suivante:

$$X_n - X_{n-1} = -\varepsilon_n X_{n-1} \quad (31)$$

où $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ sont des variables aléatoires indépendantes et la variation $X_n - X_{n-1}$ à chaque étape de développement du processus de perte de rigidité est une proportion ε_n de la valeur précédente de la variable X_{n-1} . Il en résulte la relation entre les états final et initial.

$$X_n = (1 - \varepsilon_1) X_{n-1} = (1 - \varepsilon_n)(1 - \varepsilon_{n-1}) \dots (1 - \varepsilon_2) X_1$$

Les propriétés bien connues des lois asymptotiques de l'addition des variables aléatoires indépendantes permettent de conclure à la normalité de la $\text{Log } X_n$ et par suite X_n suit une loi Log-normale,

$$\text{Log } X_n = \sum_{i=1}^n \text{Log}((1 - \varepsilon_{i+1}) X_i) \quad (32)$$

3.1.2. - Distribution GAMMA (ou PEARSON type III)

Une variable aléatoire $X > 0$ est dite avoir une distribution Γ de paramètres r, λ ($r = 1, 2, 3, \dots$ et λ constante positive) si la fonction densité de probabilité correspondante est:

$$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(r)} (\lambda x)^{r-1} e^{-\lambda x} \quad (33)$$

$$\text{ou} \quad \Gamma(r) = \int_0^{\infty} x^{r-1} e^{-x} dx \quad (34)$$

les caractéristiques sont:

$$\text{Mode} \quad \frac{r-1}{\lambda} \quad (35)$$

$$\text{Médiane} \quad \frac{c(r)}{\lambda} \quad (36)$$

$$\text{Moyenne} \quad \frac{r}{\lambda} \quad (37)$$

$$\text{Variance} \quad \frac{r}{\lambda^2} \quad (38)$$

$$c(r) \text{ étant défini par } \int_0^{c(r)} t^{r-1} e^{-t} dt = \frac{1}{2} \Gamma(r) \quad (39)$$

.../...

L'hypothèse du mécanisme de fatigue conduisant à une distribution Γ des durées de vie est un processus poissonnien de la propagation des fissures lorsque leur taux d'accroissement est indépendant de leur longueur (WEIBULL). Le raisonnement par lequel on arrive à cette loi est le suivant:

supposons un critère de rupture par fatigue basé sur un nombre total K de microfissures atteint en cours d'essai dans l'éprouvette sous charges périodiques. Ce nombre K de microfissures apparues et se développant par fatigue est évidemment fonction du nombre de pré-microfissures existant avant la mise sous charge de l'éprouvette. Il en résulte que, non seulement l'apparition individuelle d'une microfissure est aléatoire, mais que le temps nécessaire à l'apparition de K microfissures est également aléatoire et c'est la durée de vie de l'éprouvette de fatigue.

Le processus d'apparition des microfissures étant supposé poissonnien, l'apparition d'une microfissure étant indépendante du nombre existant, la probabilité d'avoir exactement K microfissures de fatigue au bout d'un temps t est:

$$P_K(t) = \frac{(t/\alpha)^K}{K!} e^{-t/\alpha} \quad (40)$$

C'est une loi de POISSON de paramètre α et K .
 α représente la période moyenne d'apparition d'une microfissure
 K le nombre total de microfissures.

En cherchant la distribution du temps t EUGENE (28) a abouti à une loi Γ ou de PEARSON du type III de densité de probabilité:

$$g(t) dt = \frac{1}{\Gamma(K)} e^{-t/\alpha} \frac{t^{K-1}}{\alpha^K} dt \quad (41)$$

Elle semble être vérifiée dans les études d'EUGENE sur la fatigue des structures d'avion, donc métalliques. On conçoit que l'application de ce mécanisme microscopique à la fatigue des enrobés présente des difficultés de détection et de mesure de la propagation des microfissures pratiquement insurmontables.

3.1.3. - Lois des valeurs extrêmes.

Nous allons considérer la distribution des durées de vie d'un autre point de vue, basé sur la notion du taux de mortalité, en faisant abstraction de l'analyse physique microscopique de la rupture par la fatigue, vue la nature hétérogène et composée des bétons bitumineux.

.../...

3.I.3.I. - Formulation générale.

Un critère de rupture par fatigue étant adopté, le taux de défaillance d'une population d'éprouvettes en essais est, par définition, la probabilité de rupture d'une éprouvette dans l'intervalle de temps $(t, t+dt)$ au bout du temps t , soit $h(t)$ le taux instantané de défaillance.

Si $F(t) = \text{Prob}[\tau \leq t]$ est la probabilité de défaillance au temps t , T étant le variable aléatoire de durée de vie, alors la probabilité de survie au delà du temps t est

$$1 - F(t) = \text{Prob}[\tau > t] \quad (42)$$

Pour que la défaillance se produise dans l'intervalle $(t, t+dt)$ il faut, à la fois, les deux conditions:

' pas de défaillance jusqu'au temps t '
et ' défaillance entre $(t, t+dt)$ '

d'où, avec les fonctions de répartition $F(t)$

$$F(t+dt) - F(t) = [1 - F(t)] h(t) dt$$

soit

$$\frac{dF(t)}{1 - F(t)} = h(t) dt \quad (43)$$

et par intégration entre 0 et t avec la condition initiale $F(0) = 0$

$$F(t) = 1 - \exp \left[- \int_0^t h(t) dt \right] \quad (44)$$

fonction de répartition de la variable aléatoire T .

L'expression de la fonction de répartition obtenue montre qu'elle dépend des conditions physiques par l'intermédiaire de la fonction taux instantané de défaillance $h(t)$. L'expression analytique de $h(t)$ sera donc une somme de fonctions définies dans des intervalles de temps finis relatives à différents stades de fatigue.

3.I.3.2. - L'éprouvette de béton bitumineux considérée comme une structure.

Etant donnée une répartition des contraintes à différentes sections d'une console en flexion sinusoïdale, celle-ci est une structure hétérogène composée d'éléments plus ou moins résistants.

Si les sections transversales sont de tels éléments leur résistance à la fatigue est fonction de
.../...

leur module de résistance, lui-même dépend de la répartition aléatoire des grains, des films de bitume, des vides et des inclusions ou préfissures diverses dans chaque section.

La rupture aura lieu au niveau de la section la moins résistante, non forcément de celle ayant le plus faible module de résistance, la répartition des contraintes n'étant pas uniforme.

Si, en fonction du nombre de cycles de sollicitations appliquées en fatigue, la fonction de répartition ou la probabilité de défaillance de chaque section est, au bout de n cycles

$$\text{Prob} [N < n] = F(n) \quad (45)$$

la probabilité de survie est

$$\text{Prob} [N > n] = 1 - F(n) \quad (46)$$

La probabilité pour qu'il en soit de même pour l'ensemble des sections, c'est-à-dire de la structure d'éprouvette est

$$G(n) = (1 - F(n))^m \quad (47)$$

moennant l'hypothèse que $F(n)$ est la même pour toutes les sections.

3.1.3.3. - Les formes usuelles des lois des valeurs extrêmes.

La fonction de répartition $G(n) = (1 - F(n))^m$ est celle des plus petites valeurs extrêmes. FISHER et TIPPETT (1928), en étudiant les distributions des plus petites et celles des plus grandes valeurs extrêmes d'un échantillon avaient démontré l'existence de 3 formes limites des fonctions de distribution de valeurs extrêmes lorsque m tend vers l'infini.

Deux des trois distributions limites, la forme I et la forme III sont mieux connues dans les applications pratiques. La loi limite dite de forme I est obtenue à partir d'une distribution initiale $F(n)$ exponentielle illimitée tandis que la loi limite de la forme III des plus petites valeurs extrêmes est obtenue à partir des distributions initiales $F(n)$ à variables limitées à gauche, GUMBEL (29).

Une variable aléatoire X aura comme distribution

$$\text{Prob} [X < x] = F(x) = 1 - \exp\left(-\exp \frac{x-u}{\beta}\right) \quad (48)$$

.../...

u, β paramètres de cette loi sont tels que

$$\beta > 0 \\ -\infty < u < \infty$$

Cette loi a été appliquée à quelques rares problèmes de résistance à la rupture des matériaux. Le taux de défaillance correspondant de la forme est

$$h(x) = \frac{1}{\beta} e^{(x-u)/\beta} \quad (49)$$

Elle a été appliquée à la détermination des surcharges climatiques et, par GUMBEL notamment, à l'étude des lois des niveaux extrêmes des crues des fleuves.

Les caractéristiques statistiques sont:

$$\text{Mode} \quad u \quad (50)$$

$$\text{Médiane} \quad u - 0,36651 \beta \quad (51)$$

$$\text{Moyenne} \quad u - 0,57722 \beta \quad (52)$$

$$\text{Variance} \quad \left(\pi \beta / \sqrt{6} \right)^2 \quad (53)$$

3.1.3.3.2. - La distribution de WEIBULL.

Très connue des expérimentateurs des matériaux et en particulier en fatigue, elle est d'une utilisation assez délicate.

Elle peut être obtenue par la formulation générale, à partir d'un taux instantané de défaillance de la forme

$$h(n) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{n}{\eta} \right)^{\beta-1} \quad \begin{matrix} \beta > 0 \\ \eta > 0 \end{matrix} \quad (54)$$

Le paramètre β , dit paramètre de forme, indique le mode d'évolution:

$\beta > 1$ taux de défaillance croissant,

$\beta = 1$ taux constant,

$\beta < 1$ taux décroissant.

D'où la fonction de répartition des durées de vie relative à $h(n)$

$$F(n) = 1 - \exp \left(- \int_0^n h(n) dn \right) \\ F(n) = \text{Prob} [N < n] = 1 - e^{-(n/\eta)^\beta} \quad (55)$$

Si l'on a une limite inférieure non nulle, l'expression du taux de défaillance sera de la forme

$$h(n) = \frac{\beta}{\eta - n_0} \left(\frac{n - n_0}{\eta - n_0} \right)^{\beta-1} \quad (56) \\ \dots / \dots$$

La fonction de répartition correspondante est alors:

$$F(n) = 1 - \exp \left(- \left(\frac{n - n_0}{\eta - n_0} \right)^\beta \right) \quad (57)$$

et la densité de probabilité correspondante:

$$f(n) = \frac{\beta}{\eta - n_0} \left(\frac{n - n_0}{\eta - n_0} \right)^{\beta-1} \exp \left(- \left(\frac{n - n_0}{\eta - n_0} \right)^\beta \right) \quad (58)$$

Les caractéristiques statistiques de cette loi sont:

$$\text{Mode} \quad n_0 + (\eta - n_0) \left(1 - \frac{1}{\beta} \right)^{1/\beta} \quad (59)$$

$$\text{Médiane} \quad n_0 + (\eta - n_0) (\log 2)^{1/\beta} \quad (60)$$

$$\text{Moyenne} \quad n_0 + (\eta - n_0) \Gamma \left(1 + 1/\beta \right) \quad (61)$$

$$\text{Variance} \quad (\eta - n_0)^2 \left(\Gamma(1 + 2/\beta) - \Gamma^2(1 + 1/\beta) \right) \quad (62)$$

3.1.3.3.3. - Probabilité de survie dans le cas de plusieurs causes indépendantes.

On verra plus loin qu'on a constaté que l'évolution de la décroissance de la rigidité de l'éprouvette trapézoïdale en fatigue se produit en 3 étapes distinctes, la deuxième étant la plus longue et la plus représentative; ceci implique une fonction de taux de défaillance définie par intervalles de temps successifs

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) + h_3(t) \quad (63)$$

Il en résulte, d'après la formulation générale, que la probabilité de survie de l'éprouvette sera le produit

$$R(t) = R_1(t) \times R_2(t) \times R_3(t) \quad (64)$$

chaque $R_i(t)$ étant engendrée par un taux $h_i(t)$ correspondant.

Celle-ci pourrait expliquer l'apparition d'une ligne brisée lors de la représentation de la distribution sur des graphiques à loi de probabilité de GUMBEL ou de WEIBULL, qui rend difficile l'interprétation des résultats.

A. BARELLA (30) a préféré, dans ses études en fatigue des fibres textiles, en cas de doute, où les causes d'erreurs sont multiples, la distribution normale.

SCHUTZ R.A. et EXBRAYAT P. (31) ont proposé dans l'étude en fatigue par abrasion des fibres textiles neuves, une fonction de taux de défaillance qui tient compte des trois stades d'évolution des

dommages et en ont déduit une fonction de survie de la forme mentionnée ci-dessus (équation 64), soit:

$$h(n) = A \left(\frac{n-n_1}{\eta_1-n_1} \right)^{a_1-1} + B \frac{n-n_2}{\eta_2-n_2} + C \left(\frac{n-n_3}{\eta_3-n_3} \right)^{a_3-1} \quad (65)$$

et

$$R(n) = \exp \left(- \left(\frac{n-n_1}{\eta_1-n_1} \right)^{a_1-1} \right) \times \exp \left(- \left(\frac{n-n_2}{\eta_2-n_2} \right) \right) \times \exp \left(- \left(\frac{n-n_3}{\eta_3-n_3} \right)^{a_3-1} \right) \quad (66)$$

avec

$$\begin{aligned} a_1 &< 1 \\ a_3 &> 1 \end{aligned}$$

où η_1, η_2, η_3 sont appelées durées de vie caractéristiques telles que:

$$R(\eta_1) = R(\eta_2) = R(\eta_3) = \frac{1}{e} \quad (67)$$

3.2 Méthodes d'analyse des résultats expérimentaux

Nous allons rappeler les principes essentiels de différentes méthodes statistiques utilisées dans l'exploitation des essais de fatigue au L.C.P.C., rendues nécessaires par les dispersions des durées de vie.

3.2.I. - Méthode des nombres carrés.

Pour l'ajustement des points expérimentaux par une droite de régression linéaire, représentant la loi de variation des logarithmes des durées de vie en fonction des logarithmes des amplitudes de déformation ou de contraintes, loi de la forme

$$\text{Log } N = a + b \text{ Log } \sigma \quad (68)$$

ou

$$\text{Log } N = c + b \text{ Log } E \quad (69)$$

La méthode des nombres carrés a été appliquée avec les hypothèses de validité correspondantes, soit la normalité des variables et l'indépendance des écarts types liés de $\text{Log } N$.

.../...

3.2.2. - Les tests statistiques.

Les différents tests classiques bien connus en statistique, tels que ceux relatifs aux variables de STUDENT, de FISHER-SNEDECOR, etc... ont été appliqués pour étudier l'homogénéité des différents échantillons, respectivement par leur moyenne et leur variance.

3.2.3. - L'analyse de la variance.

De même, l'étude de l'homogénéité des échantillons dans le cas de plusieurs facteurs contrôlés des plans du type factoriel a été traitée par la méthode d'analyse de la variance.

3.2.4. - Méthode graphique d'estimation des paramètres des lois de distribution des durées de vie.

L'exploitation pratique des essais de fatigue nécessite d'exploiter des essais en nombre limité par des méthodes d'estimation simples et rapides. La solution des abaques à échelles fonctionnelles des lois de distributions semble convenir dans l'étude systématique de l'influence de la formulation des enrobés sur leur comportement à la fatigue.

3.2.4.I. - Principe de l'estimation des médianes et des moyennes des durées de vie.

Des considérations sur la théorie des ordres statistiques des durées de vie ordonnées ont conduit à l'application de la distribution Beta. En effet, soit un effectif de n valeurs t_i d'une variable aléatoire de durée de vie T , ordonné, croissant:

L'ordre relatif $u_i = \frac{i}{n}$ est une valeur d'une variable aléatoire U . On a les fonctions de distribution, lorsque $n \rightarrow \infty$:

$$\text{Prob} [T \leq t_i] = F(t) = u \quad (70)$$

$$\text{Prob} [U \leq u] = F(u) = u \quad (71)$$

Si les durées de vie t_i sont indépendantes les unes des autres

.../...

$f(u) = \frac{dF(u)}{du} = I$ est la densité de probabilité d'une distribution U_i appelée distribution Beta, relative à chaque valeur U_i .

Si μ, σ sont les paramètres de la loi de distribution de t , alors on démontre que la variable réduite

$$y_i = \frac{t_i - \mu}{\sigma} \quad (72)$$

a la même distribution que la variable u_i moyennant certaines conditions telles que $F(y_i) = u_i$

Pour l'utilisation des abaques à échelles fonctionnelles de loi de probabilité F , dans lesquels la fonction $u = F(y)$ est représentée par la droite $t = \mu + \sigma y$, diverses estimations des moyennes et des médianes des ordres statistiques ont été proposées, qui sont également celles de Y_i .

Moyennes

$$P_i = \frac{i + 0,5}{n} \quad (73) \text{ proposée par BLISS en 1937, IPSEN et JERNE en 1944 (32)}$$

$$P_i = \frac{i}{n + 1} \quad (74) \text{ proposée par WEIBULL en 1939 et GUMBEL en 1954}$$

Ces deux formes entraînent des biais dans l'estimation des paramètres μ et σ .

$$P_i = \frac{i - \alpha}{n - \alpha + \beta + 1} \quad (75)$$

proposée par BLOOM (33) en 1958 où α, β sont fonctions des lois envisagées, forme donnant des paramètres presque sans biais

$$P_i = \frac{i - 3/8}{n + 0,25} \quad (76) \text{ forme donnant des paramètres presque sans biais pour une loi normale}$$

Médianes

A. BERNARD puis L.G. JOHNSON ont proposé une estimation de la forme

$$P_i = \frac{i - \alpha}{n + \beta} \quad (77)$$

On trouve également une estimation de la forme (38)

$$P_i = \frac{i F_{0,5}}{n - i + 1 + i F_{0,5}} \quad (78)$$

où $F_{0,5}$ est la valeur de la variable de FISHER-SNEDECOR ($y_1 = 2i$; $y_2 = 2n - i + 1$) ayant la probabilité 0,50 d'être dépassée.

3.2.4.2. - Estimation des moyennes des durées de vie.

Une loi de distribution F étant choisie (loi log normale ou de WEIBULL) le report dans un graphique à échelles fonctionnelles des points expérimentaux t_i et (à valeur $F(y_i) = u_i = p_i$) indique, par le bon alignement des points, si la distribution adoptée est susceptible de convenir et fournit ensuite des valeurs approximatives de ses paramètres. Le cas d'une loi normale étant bien connu ainsi que les compléments de calcul correspondants, nous allons rappeler seulement la méthode pratique relative à une loi de distribution de WEIBULL.

3.2.4.2.1. - Graphique à échelles fonctionnelles de la loi de WEIBULL.

L'axe des abscisses étant gradué en $\text{Log } n$, l'axe des ordonnées comporte 2 échelles fonctionnelles en $F(n)$ et en $\text{Log Log } \frac{1}{1 - F(n)}$

L'estimation de $F(n)$ par les moyennes ou les médianes des ordres statistiques de n suivant une distribution Beta, conduit à ajuster les points

$$\left(\text{Log } n, \text{Log Log } \frac{1}{1 - P(n)} \right)$$

ou

$$\left(\text{Log } (n - n_0), \text{Log Log } \frac{1}{1 - P(n)} \right)$$

par la droite des moindres carrés, ou à vue.

L'équation de la droite obtenue est dans le cas général

$$\text{Log Log } \frac{1}{1 - P(n)} = \beta \left(\text{Log } (n - n_0) - \text{Log } (\eta - n_0) \right) \quad (79)$$

D'où les paramètres β et η , et la moyenne

$$m = n_0 + (\eta - n_0) \Gamma(1 + 1/\beta) \quad (80)$$

et la variance

$$s^2 = (\eta - n_0)^2 \left(\Gamma(1 + 2/\beta) - \Gamma^2(1 + 1/\beta) \right) \quad (81)$$

3.2.4.2.2. - Limites de l'intervalle de confiance au seuil de 90%.

Pour déterminer l'intervalle de

.../...

confiance encadrant par exemple la moyenne de la population dans 90% des cas possibles, on utilise la distribution Beta des ordres statistiques des durées de vie pour déterminer les valeurs de $F(n)$ aux seuils de 5% et 95% successivement.

En effet la distribution des ordres statistiques U est de la forme, pour un effectif N

$$F(u) = 1 - \sum_{i=0}^{j-1} \frac{N!}{i!(N-i)!} u^i (1-u)^{N-i} \quad (82)$$

Au seuil de 0,05 la valeur de u correspondant à la j^e valeur de n s'obtient par la résolution de l'équation en U

$$0,05 = 1 - (1-u)^N - Nu(1-u)^{N-1} - \dots - \frac{N(N-1)\dots(N-j+1)}{(j-1)!} u^{j-1} (1-u)^{N-j+1} \quad (83)$$

et au seuil de 0,95

$$0,95 = 1 - (1-u)^N - Nu(1-u)^{N-1} - \frac{N(N-1)\dots(N-j+1)}{(j-1)!} u^{j-1} (1-u)^{N-j+1} \quad (84)$$

Soient $u_{0,05}$ et $u_{0,95}$ les solutions obtenues pour la j^e valeur parmi les N durées de vie ordonnées. La limite inférieure de l'intervalle de confiance au seuil de 10% relative à la durée de vie de rang j se calcule en identifiant $u_{0,05} = F(n)$ et la limite supérieure par $u_{0,95} = F(n)$.

D'où les équations à résoudre successivement, donnant les limites de l'intervalle de confiance

$$u_{0,05} = 1 - \exp \left(- \left(\frac{n - n_0}{\eta - n_0} \right)^\beta \right) \quad (85)$$

$$u_{0,95} = 1 - \exp \left(- \left(\frac{n - n_0}{\eta - n_0} \right)^\beta \right) \quad (86)$$

les valeurs de n_0, η, β étant estimées par un procédé graphique ou autre. On en tire

$$n_1 = n_0 + (\eta - n_0) \left(\log \frac{1}{1 - u_{0,05}} \right)^{1/\beta} \quad (87)$$

$$n_2 = n_0 + (\eta - n_0) \left(\log \frac{1}{1 - u_{0,95}} \right)^{1/\beta} \quad (88)$$

On obtient donc ainsi les limites inférieures et supérieures de l'intervalle de confiance à 90% de la même durée de vie observée. Pour des considérations de commodité d'ordre pratique L.G. JOHNSON (34) a proposé, pour l'estimation de l'intervalle de confiance de la moyenne, la valeur de cet in-

.../...

intervalle de confiance obtenu pour le rang médian j (correspondant à 50% des ruptures parmi les n ruptures obtenues expérimentalement). Il a également démontré les propriétés suivantes:

- 1).- Si 2 échantillons de durées de vie ont la même distribution de WEIBULL, la probabilité de la meilleure résistance de l'un par rapport à l'autre est de 0,5. Ce qui est assez intuitif.
- 2).- Si la limite supérieure de l'intervalle de confiance au seuil de 40%; à un rang j donné de durée de vie, d'un échantillon coïncide avec la limite inférieure de l'intervalle de confiance homologue d'un autre échantillon de WEIBULL, la probabilité qu'un élément quelconque du 1er lot est moins résistant qu'un lot également quelconque de l'autre est de 0,77
- 3).- Si le seuil de confiance est porté à 75% (75% de cas dans l'intervalle de confiance considéré) alors la probabilité correspondante est de 0,94.

Une méthode plus directe, dans le cas où Beta est connu, est, d'après des travaux d'EPSTEIN et de SOBEL (37) basée sur les propriétés suivantes, dans le cas où on a une distribution de la forme

$$F(n) = 1 - \exp\left(-\frac{n}{\eta}\right)^{\beta} \quad (89)$$

La loi de n^{β} est alors une loi exponentielle de paramètre η^{β} .

- 1).- L'estimation de η^{β} est une estimation sans biais de variance minimale, obtenue par le maximum de vraisemblance

$$\hat{\eta}^{\beta} = \frac{\sum n_i^{\beta}}{N} \quad (90)$$

- 2).- Le rapport $2N(\hat{\eta}^{\beta})^{\beta}$ est distribué comme χ^2 avec $\nu = 2N$ degrés de liberté. Ce qui permet d'écrire, au seuil α :

.../...

$$1-\alpha = \text{Prob} \left[\chi^2_{\alpha/2} < 2N \frac{\hat{\gamma}^\beta}{\gamma^\beta} < \chi^2_{1-\alpha/2} \right] \quad (91)$$

$$1-\alpha = \text{ou Prob} \left[\frac{2 \sum n_i^\beta}{\chi^2_{1-\alpha/2}} < \gamma^\beta < \frac{2 \sum n_i^\beta}{\chi^2_{\alpha/2}} \right]$$

Or l'espérance mathématique des durées de vie n est

$$m = \gamma \Gamma(1 + 1/\beta)$$

ce qui conduit à l'intervalle de confiance au seuil pour la moyenne des durées de vie.

$$1-\alpha = \text{Prob} \quad \Gamma(1+1/\beta) \left(\frac{2 \sum n_i^\beta}{\chi^2_{1-\alpha/2}} \right)^{1/\beta} < m < \Gamma(1+1/\beta) \left(\frac{2 \sum n_i^\beta}{\chi^2_{\alpha/2}} \right)^{1/\beta} \quad (92)$$

De même, pour la fonction de fiabilité à une durée de vie quelconque n_i

$$R(n_i) = F(n_i) = \text{Prob}[n > n_i] = \exp\left(-\frac{n_i^\beta}{\gamma^\beta}\right) \quad (93)$$

on a l'intervalle de confiance, une fois estimée γ^β :

$$1-\alpha = \text{Prob} \left[\exp\left(-\frac{n_i^\beta}{2N \hat{\gamma}^\beta} \chi^2_{1-\alpha/2}\right) < R(n_i) < \exp\left(-\frac{n_i^\beta}{2N \hat{\gamma}^\beta} \chi^2_{\alpha/2}\right) \right] \quad (94)$$

Et enfin, l'intervalle de confiance pour la durée de vie n à une valeur de fiabilité $R(n)$:

$$1-\alpha = \text{Prob} \left[\frac{2N \hat{\gamma}^\beta}{\chi^2_{1-\alpha/2}} \text{Log} \frac{1}{R(n)} < n^\beta < \frac{2N \hat{\gamma}^\beta}{\chi^2_{\alpha/2}} \text{Log} \frac{1}{R(n)} \right] \quad (95)$$

.../...

Chapitre 4

DESCRIPTION DE LA MÉTHODE EXPÉRIMENTALE

4.1 Principe des essais

Une structure particulière de matériau routier a été introduite dans l'étude rhéologique faite au L.C.P.C. par HUET (17) dans le but de déterminer le module complexe des bétons bitumineux par une méthode d'impédance. Il s'agit d'une éprouvette-console à profil trapézoïdal d'épaisseur constante en flexion sinusoïdale dans le domaine viscoélastique linéaire. Dans le cadre de cette étude quelques essais de fatigue ont été également effectués, à amplitude de force constante; ils ont été rendus possibles grâce à l'existence d'une section préférentielle de rupture loin des encastrement, malgré la faiblesse des excitations mécaniques.

Etant donnée la tendance actuelle de la mécanique des chaussées (au sens strict) ayant une couche de surface en béton bitumineux et une couche de base non traitée, à chercher à obtenir un niveau donné de déflexion, l'effort a été fait pour étudier en laboratoire le comportement en fatigue des enrobés à amplitude de déformation constante. De plus ce mode de sollicitation a été peu étudié jusqu'ici.

D'autre part, le module de rigidité des enrobés, matériaux viscoélastiques, qui dépend essentiellement des deux paramètres temps et température, implique la même dépendance pour les amplitudes de contraintes conduisant à une même durée de vie donnée, lorsque l'enrobé est soumis aux charges répétées à contraintes imposées.

Certains travaux expérimentaux, notamment ceux de PELL (8) ont contribué à énoncer un critère de fatigue en déformation sous la forme suivante:

la durée de vie d'un enrobé en fatigue dépend essentiellement des charges répétées en déformation imposée, toute autre condition d'autoréparation et de relaxation étant négligée. Autrement dit il existe une limite supérieure de déformation à ne pas dépasser trop souvent si on veut obtenir une durée de vie donnée d'un revêtement bitumineux.

Pour tenir compte des conditions de travail des enrobés dans les chaussées souples, nous avons choisi un mode de sollicitations en flexion sinusoïdale à déformation asservie, sur des structures d'éprouvettes à profil trapézoïdal.

.../...

Bien que les charges réelles soient loin d'être sinusoïdales, ce mode de fatigue a l'avantage de permettre un jugement rapide du comportement des enrobés travaillant dans les mêmes conditions de température, de fréquence et d'amplitude de déformation, tant pour les études de formulation (c'est-à-dire la recherche des meilleures formules d'enrobés du point de vue du comportement à la fatigue) que pour l'étude des propriétés plus fondamentales du mécanisme de fatigue.

4.2 Une chaîne de fatigue des enrobés

Pour être opérationnelle, une chaîne doit comporter une source excitation, un appareillage d'environnement, un ensemble de système d'asservissement, de mesures et d'enregistrement adaptés à la structure soumise à la fatigue.

4.2.I. - La structure d'enrobé en console.

Elle est découpée à partir des plaques d'enrobé fabriquées en laboratoire ou prélevées sur la chaussée, aux dimensions suivantes:

pour les enrobés de granulométrie 0/10 ou 0/12:

- l : hauteur.....25 cm
- h_0 : largeur à la base.....5,6 cm
- h_1 : largeur au sommet.....2,5 cm
- b : épaisseur constante....2,5 cm

et sa masse est de l'ordre de 0,6 Kg/

Il en résulte les caractéristiques fonctionnelles suivantes:

- niveau de la section la moins résistante si le matériau est homogène : 5 cm au-dessus de la base encastrée
- contraintes maximales et déformations maximales à ce niveau

.../...



La contrainte maximale est liée à la force appliquée en tête de la console par la relation établie en statique, suivant les hypothèses de la résistance des matériaux

$$\sigma_M = \frac{3}{2} \frac{l}{b \times h_1 (h_0 - h_1)} \times F$$

Soit

$$\sigma_M (\text{bars}) = 1,92 \times F (\text{kgf}) \quad (96)$$

La déformation maximale est de même pour une valeur de la flèche en tête de la console:

$$\epsilon_M = \frac{(h_0 - h_1)^2}{8 h_1 l^2 \left(\frac{(h_0 - h_1) (3 h_0 - h_1)}{2 h_0^2} + \log \frac{h_1}{h_0} \right)} \times fl$$

$$\text{Soit} \quad \epsilon_M = 7,8 \cdot 10^{-4} \times fl (\text{mm}) \quad (97)$$

On comprend bien que ces relations ne restent plus vraies quand on sort du domaine linéaire des contraintes et des déformations. Elles nous ont été cependant utiles pour des mesures d'étalonnage afin d'avoir ϵ_M en fonction de la flèche.

4.2.2. - Les éléments principaux d'une chaîne de fatigue.

4.2.2.I. - Schéma organique.

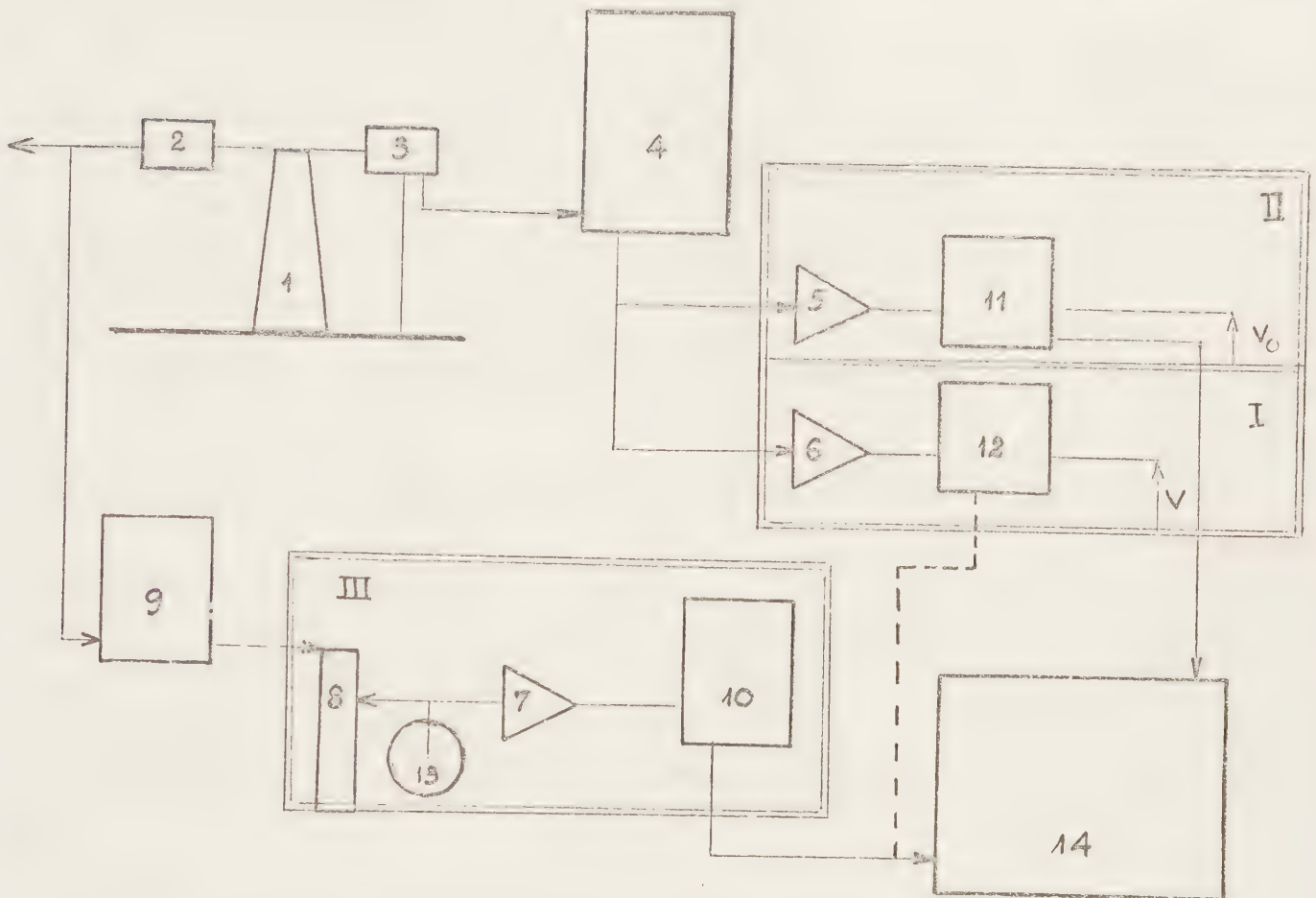
Les références ainsi que les performances des éléments indiqués dans la planche 6 sont:

.../...

TABLEAU N° I

DESIGNATIONS	REPERES	CARACTERISTIQUES
1 Eprouvette		épaisseur courte, profil trapézoïdal 25-5,6-2,5-2,5 cm
2 Vibreur électrodyn.	Technique Electronique	22 Kgf nominale jusqu'à 30 Hz
3 Générateur. Ampli	Technique Electronique	refroidissement naturel courant de champ 1 A courant de bobine 6 A
4 Pont de mesure	Philips	Fréquence porteuse 6 Kc Précision 1%
5 Millivoltmètre électronique	Philips	Valeurs efficaces Précision 3% sur toutes les gammes de mesure
6 Phasemètre	AD - YU Radiophon.	Fréquence limite 10 Hz Précision 0,1°
7 Millivoltmètre électronique	Philips	Précision 3%
8 Oscilloscope	Tektronic	Double faisceau
9 Enregistreur	Sefram Graphirac	Type galvanométrique continu Précision 1%
10 "	"	"
11 "	"	"
12 "	"	"
13 Bac à glace		Température de référence 0°C
14 Capteur de déplacement	Philips PR 9310/ 01	Précision 1%
15 Enceinte thermostatique avec son groupe frigorifique	L.C.P.C.	1200 frigories
16 Panneau de commande avec système de sécurité	L.C.P.C.	Triple sécurité sur les limites de déplacement, forces.
17 Bati sur amortisseur à ressorts		
18 Dispositif d'asservissement	Laboratoire de Mécanique Physique de la Faculté des Sciences de Paris	Principe par "tout ou rien" très fiable et économique
19 Amplificateur de charge	KISTLER	Gammes de mesure de 0 à 50 Kgf Précision 1%
20 Capteur de force	KISTLER	

4.2.2.2. - Schéma bloc du dispositif d'asservissement d'amplitude et de composante continue.



- I - tiroir d'asservissement en amplitude constante
 II - tiroir d'asservissement de la composante continue
 III - tiroir d'asservissement des essais de PROT
 I.....épreuve à profil trapézoïdal de béton bitumineux
 2.....capteur de force piézo-électrique
 3.....capteur de déplacement
 4.....pont de mesure associé au capteur de déplacement
 5, 6, 7....amplificateur de tension
 8.....potentiomètre linéaire pour commande de loi d'évolution
 9.....amplificateur de charge associé au capteur de force
 10, II, 12.relais galvanométriques
 13.....moteur de commande de l'évolution des forces
 14.....générateur amplificateur de commande du vibreur électro-dynamique

.../...

4.2.3. - Les grandeurs physiques mesurables et exploi- tables en fatigue.

Les grandes dispersions des durées de vie prévues en fatigue nous ont obligé à tirer au préalable le maximum d'informations possibles des échantillons d'énrobés soumis aux essais afin de faciliter l'étude de corrélation des durées de vie avec d'autres caractéristiques mécaniques. Parmi les grandeurs mesurables, nous avons retenu la masse spécifique apparente P/V (poids/volume), le module de rigidité aux conditions de fréquence et de température retenues pour les essais de fatigue.

4.2.3.I. - La masse spécifique apparente P/V.

Devant l'impossibilité matérielle de mesurer par des méthodes normalisées la compacité de toutes les éprouvettes en fatigue pour juger de son effet sur la dispersion des durées de vie, nous avons simplement mesuré leur poids spécifique apparent en divisant leur poids par leur volume. L'erreur relative commise serait inférieure à 1%.

En effet

$$\frac{P}{V} = \frac{P}{l \times \frac{h_0 + h_1}{2} \times b} \quad (98)$$

$$\frac{\Delta(P/V)}{P/V} \leq \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta(h_0 + h_1)}{h_0 + h_1} + \frac{\Delta b}{b}$$

$$\leq 0,001 + 0,0004 + 0,004 + 0,004$$

$$\leq 0,01$$

Une balance de précision nous a donné le poids P à 1g près et les mesures au pied à coulisse sont à 0,1 de mm. près.

Cette grandeur P/V est représentative de la compacité à un même facteur d'échelle près pour toutes les éprouvettes, en supposant que la composition des différentes éprouvettes est identique.

.../...

4.2.3.2. - Module complexe linéaire.

La mesure d'une autre caractéristique intrinsèque des enrobés, leur module complexe linéaire, aux conditions de température et de fréquence retenues pour les essais de fatigue, permet d'abord de juger de la dispersion des échantillons et, ensuite, de voir la répercussion du module complexe sur les durées de vie. Elle a été faite suivant la méthode d'impédance complexe, dans l'approximation de RAYLEIGH, de HUET (17) par laquelle on déduit l'expression du module complexe d'une console en flexion sinusoïdale:

$$\begin{aligned} E^*(i\omega) &= \gamma \left(\frac{F_0}{\gamma_0} e^{i\varphi} + (m + \mu M) \omega^2 - ic\omega - r \right) \\ &= E_1(\omega) + i E_2(\omega) \end{aligned} \quad (99)$$

$$E_1(\omega) = \gamma \left(\frac{F_0}{\gamma_0} \cos \varphi + (m + \mu M) \omega^2 - r \right) \quad (100)$$

$$E_2(\omega) = \gamma \left(\frac{F_0}{\gamma_0} \sin \varphi - c\omega \right) \quad (101)$$

où, pour I console à profil trapézoïdal,

$$\gamma = \frac{12 l^3}{b (h_c - h_1)^3} H(a) \quad (102)$$

$$H(a) = \left(2 - \frac{h_1}{2h_0} \right) \frac{h_1}{h_0} - \text{Log} \frac{h_1}{h_0} - \frac{3}{2} \quad (103)$$

$$a = \frac{h_1}{h_0}$$

μM masse équivalente de l'éprouvette

M masse de l'éprouvette

$\mu \simeq 0,135$ pour $a = \frac{h_1}{h_c} \simeq 0,40$

r représente la raideur totale des équipements mobiles du vibreur et du capteur de déplacement

c leur coefficient d'amortissement .../...

Il suffit donc de mesurer l'amplitude de la force appliquée en tête de l'éprouvette, celle de la flèche correspondante ainsi que le déphasage pour en déduire, par calcul, le module de rigidité de l'enrobé. L'impédance complexe a été définie comme le rapport de la force $F(t)$ appliquée au mouvement $z(t)$ de son point d'application, en régime sinusoïdal.

$$Z = \frac{F(t)}{z(t)} = \frac{F_0}{z_0} e^{i\varphi} \quad (104)$$

4.2.3.3. - Les mesures dans un essai de fatigue.

4.2.3.3.I. - Essai à contrainte constante.

Chaque chaîne de fatigue ayant son propre système d'asservissement, l'application d'une force d'amplitude constante en tête de la console d'enrobé en fatigue donne une amplitude de contrainte maximale maintenue constante tout le long de l'essai.

Les dommages par fatigue entraînent un affaiblissement de la structure se traduisant par une diminution de la rigidité. Il en résulte donc une augmentation de la flèche, d'abord progressivement, puis rapidement jusqu'à la rupture. Il est à remarquer que dans la totalité des cas la rupture a eu lieu presque instantanément dès l'instant où la flèche avait doublé sa valeur initiale en début de fatigue, la force en tête de l'éprouvette étant maintenue constante. L'erreur commise sur la durée de vie de l'éprouvette est alors de l'ordre de quelques dizaines de cycles, tout à fait négligeable devant l'erreur commise sur l'origine des temps, au moment où la force imposée est atteinte, qui serait de l'ordre d'une vingtaine de secondes (1.000 cycles environ pour une fréquence de 30 Hz en excitations).

L'évolution de la flèche est

.../...

est donc enregistrée en fonction du temps afin de déterminer la durée de vie, ainsi que celle de la phase entre la force et la flèche, ce qui donne une idée de l'énergie dissipée en cours de fatigue.

La force en tête de l'éprouvette étant mesurée par un capteur de force, et les forces d'inertie dues à la masse équivalente de l'éprouvette en mouvement étant négligées, la contrainte maximum à la section théorique de rupture est donnée par la contrainte statique du paragraphe 4.2.1. - Nous supposons en plus que la relation ~~univoque~~ force, contrainte reste vraie jusqu'à la rupture. C'est-à-dire que, pour une force maintenue constante, le module de résistance I/V reste inchangé malgré la multiplication des microfissures.

Nous signalons que dans le cas de forces d'excitations importantes et, à températures élevées, l'échauffement dû aux énergies dissipées à chaque cycle de fatigue tend à faire diminuer le module de rigidité des enrobés. Il y a lieu de travailler dans des conditions de fréquence et de température où cet échauffement interne est négligeable devant les dommages par fatigue.

4.2.3.3.2. - Essai à déformation constante.

L'essai consiste à imposer une déformation maximale d'amplitude constante sans la section la moins résistante théoriquement. Un des procédés pratiques consisterait à coller des jauges de déformation à fil résistant au niveau de cette section et à faire passer la boucle d'asservissement de la chaîne des vibrations par le pont d'extensométrie associé aux jauges.

Vu les difficultés que ce procédé implique pour les essais en grand nombre que nécessite une étude en fatigue,

.../...

nous avons essayé d'utiliser la relation entre la flèche et la déformation maximale statique indiquée au paragraphe 4.2.I. pour étalonner les déformations par la flèche correspondante. Le mode opératoire consiste donc à mesurer, à la fois les déformations données par les jauges et les flèches correspondantes pour un certain nombre d'éprouvettes dans les conditions d'essais en fatigue. La comparaison de la déformation mesurée et de celle calculée à partir de la flèche mesurée a indiqué une bonne concordance aux erreurs expérimentales près comme le montre le diagramme n° 7. Des résultats analogues ont été obtenus par BAZIN et SAULNIER (35).

Par la suite nous imposons des déformations par l'asservissement de la flèche.

Dans ce mode de sollicitations les dommages par fatigue entraînent une réduction progressive de la force nécessaire pour maintenir constantes les déformations. Il est à signaler tout de suite que, contrairement au mode précédent, l'énergie interne dissipée par cycles va en diminuant. L'échauffement devient donc négligeable au cours du temps.

L'enregistrement de l'évolution de la force a donc permis, d'abord de distinguer différents stades dans le processus de fatigue, ensuite de déterminer les durées de vie suivant une certaine convention.

Nous avons choisi comme durée de vie le nombre de cycles au bout desquels la force a baissé de moitié de la valeur initiale, la rigidité de la structure ayant perdu la moitié de sa valeur également. Ce choix a été motivé par deux raisons; la première est que la réduction de moitié de la force initiale a lieu, dans la plupart des cas, vers le troisième stade de fatigue très proche de la rupture; la deuxième est d'ordre pratique, en ce sens que le matériau serait certainement hors d'usage à ce degré de détérioration.

L'enregistrement de la phase entre la force et le déplacement donne une idée de l'énergie dissipée en cours de

.../...

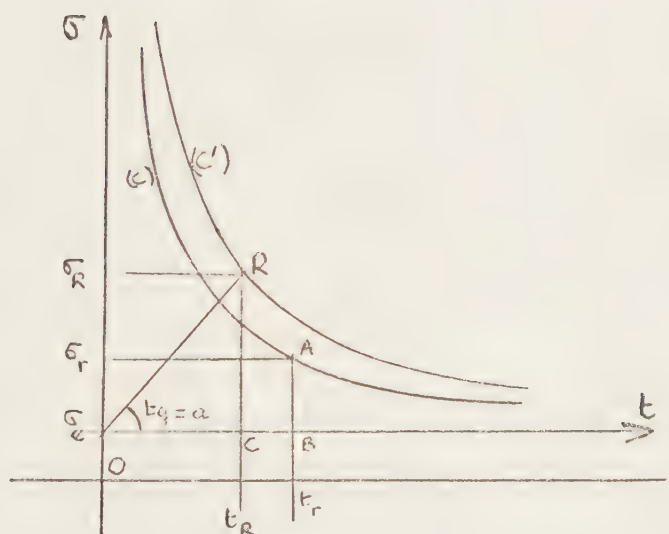
fatigue. Son évolution est beaucoup moins importante que dans le cas de rupture accélérée en fatigue à force constante.

4.3 Essais à amplitude de charge croissante

3-1. Essai de PROT.

En voulant gagner en temps et en précision, dans les essais à charges d'amplitude constante au voisinage de la limite d'endurance des métaux, M. PROT (36) a préconisé une nouvelle technique d'essai des matériaux en fatigue basée sur les constatations suivantes:

lorsqu'on adopte une échelle linéaire, pour les abscisses comme pour les ordonnées pour représenter les résultats des essais de fatigue à amplitude de charge constante (contraintes en ordonnées et durées de vie en abscisses) on obtient approximativement une hyperbole équilatère (C) ci-contre, ayant



pour asymptotes, d'une part l'axe des ordonnées et, d'autre part, une parallèle à l'axe des abscisses ayant pour ordonnée la contrainte limite de fatigue (ou limite d'endurance) et cela, tout au moins) dans les régions de grandes durées de vie. On rappelle que, dans la représentation classique de WOHLER correspondante (σ , $\log t$) on obtiendrait une droite. L'équation de l'hyperbole équilatère serait donc

$$(\sigma_r - \sigma_e) t_r = k \quad (I05)$$

ou sous forme équivalente, pour tout point de l'hyperbole

$$\int_0^{t_r} (\sigma - \sigma_e) dt = k \quad (I06)$$

La signification physique de ces expressions est que, si l'on admet un taux de dommage par cycle proportionnel à $(\sigma_r - \sigma_e)$ il y a additivité des dommages jusqu'à la rupture. D'une façon plus explicite la rupture a lieu lorsque le nombre total des microfissures, qui est la somme des microfissures développées en quantités égales à chaque cycle de fatigue, atteint une valeur donnée, bien définie pour chaque matériau.

.../...

Pour des contraintes d'amplitude supérieure, le nombre de microfissures développées à chaque cycle serait plus grand mais le nombre total à la rupture resterait inchangé.

On peut généraliser ce principe d'additivité des dommages à des contraintes d'amplitude fonction linéaire du temps, de la forme

$$\sigma = \sigma_e + at \quad (107)$$

a vitesse d'évolution constante .

Soit, au bout du temps t_R à la rupture, l'amplitude de contrainte correspondante σ_R . PROT suppose alors que le point représentatif (t_R, σ_R) se déplace également sur l'hyperbole équilatère (C') d'équation :

$$(\sigma_R - \sigma_e) t_R = 2k' \quad (108)$$

En effet l'équation d'additivité des dommages donne

$$\int_0^{t_R} (\sigma - \sigma_e) dt = \int_0^{t_R} (\sigma_e + at - \sigma_e) dt \quad (109)$$

$$= at_R^2/2 = \text{constante} = \text{surface du triangle } \sigma_e RC$$

On retrouve donc l'hypothèse de PROT selon laquelle le point représentatif (t_R, σ_R) se déplace sur une hyperbole équilatère.

En écrivant, à la rupture

$$\sigma_R - \sigma_e = at_R \quad (110)$$

on obtient en remplaçant t_R par sa valeur dans l'équation de (C')

$$(\sigma_R - \sigma_e)^2 = 2ak' \quad (111)$$

et enfin:

$$\sigma_R - \sigma_e = k\sqrt{a} \quad (112)$$

Cette dernière équation donnera, selon PROT, la limite d'endurance σ_e à partir des σ_R obtenues en imposant 3 vitesses d'évolution des charges a . Un procédé graphique consiste à tracer dans un système d'axes de coordonnées σ_R et $\sqrt{a}$ la droite expérimentale, qui coupera l'axe des σ_R en σ_e .

En résumé la méthode d'essai de fatigue sous charge progressive de PROT reste applicable dans les limites de validité de la loi additive des dommages. Elle donnerait cependant des résultats erronés pour des matériaux très sensibles aux effets d'accoutumance (understressing).

.../...

3.2.I. - Adaptation du principe des essais de PROT.

Il est évident, physiquement, que la loi additive des dommages n'est qu'une loi approchée qui ne tient pas compte de l'existence de différents stades de fatigue où le taux de dommage n'est pas uniforme et n'est pas non plus fonction linéaire de l'amplitude des contraintes.

De plus la cumulation des dommages a non seulement pour effet la réduction de la résistance à la rupture du matériau mais également de sa limite d'endurance (en supposant qu'il n'y ait pas autoréparation).

Nous supposons plutôt une loi de rupture de la forme

$$\sigma_R - \sigma_e = K a^m \quad (II3)$$

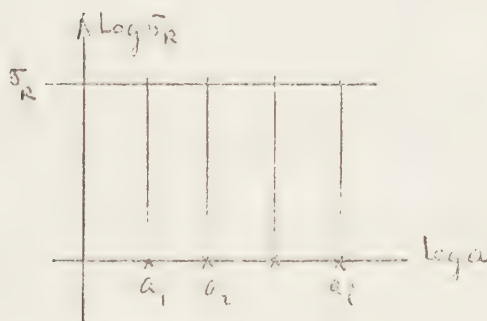
où l'exposant m est susceptible de représenter l'effet global des dommages sur les durées de vie par l'intermédiaire de σ_R en présence de σ_e . L'écart des valeurs de m par rapport à la valeur $\frac{1}{2}$ indique l'écart de la loi des dommages réelle à la loi linéaire de PROT.

En prenant les logarithmes de cette expression nous retrouvons une forme linéaire:

$$\text{Log}(\sigma_R - \sigma_e) = \text{Log} K + m \text{Log} a \quad (II4)$$

Trois éventualités peuvent se présenter indépendamment

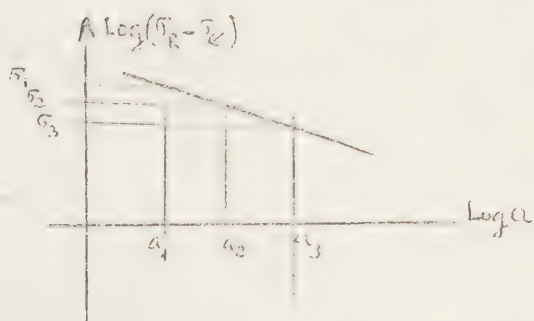
$$m = 0$$



σ_R serait indépendant de

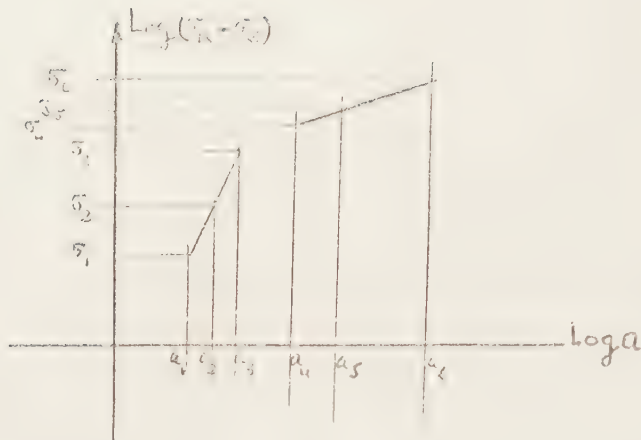
Le matériau serait insensible à toute amplitude de charge inférieure à la résistance à la rupture. La limite d'endurance serait confondue avec la résistance à la rupture. Tel serait le cas des mortiers en compression uniaxiale étudiés par TADASHI HATANO (40).

$$m < 0$$



La limite d'endurance peut exister ou non; la résistance à la rupture est fonction décroissante de la vitesse de croissance des charges. Le matériau correspondant possède une propriété d'acoutumance, aux charges progressives très sensible.

.../...



Dans ce cas la loi des dommages n'est pas, dans l'ensemble, la même aux grandes vitesses de charges, et aux faibles vitesses. Il en serait de même pour la limite d'endurance qui dépend de l'accoutumance des matériaux.

3.2.2. - Exploitation.

Il résulte de ces considérations trois possibilités d'exploitation des mêmes essais à charges progressives sur les enrobés:

- 1). déterminer une limite d'endurance (qui n'est une limite d'endurance véritable que s'il n'y a pas accoutumance).
- 2). déceler la propriété d'accoutumance et juger de son importance dans une gamme étendue de vitesses d'évolution des charges.
- 3). étude comparée de divers enrobés, en corrélation avec d'autres propriétés mécaniques et, dans l'hypothèse d'additivité des dommages de MINER, détermination à partir des essais à charge progressive, des courbes de fatigue de WÖHLER.

En effet, en nous basant sur la loi de MINER de la forme $\sum \frac{n_i}{N_i} = 1$ et d'une loi de fatigue à contrainte constante de la forme

$$\sigma_w = \sigma_e + AN^{-b} \quad (II5)$$

nous allons établir successivement les relations entre σ_R et σ_e et entre $\sigma_R, \sigma_e, \sigma_w$.

Nous rappelons que $\frac{n_i}{N_i}$ définit le taux de dommage au bout de n_i cycles sous l'amplitude de contrainte σ_i donnant une durée de vie N_i ,

σ_R contrainte à la rupture de PROT.

σ_w contrainte dans un essai de fatigue à amplitude de contrainte constante.

σ_e limite d'endurance,

A, b coefficients caractéristiques des enrobés sous le mode de fatigue à amplitude de contrainte constante.

.../...

A;- Relation entre σ_R , σ_e .

Une autre formulation de la relation σ_R et σ_e s'établit selon les données suivantes:

Hypothèses:

$$1) \text{ loi de MINER } \sum \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (\text{II6})$$

$$2) \text{ loi des sollicitations } \sigma_i - \sigma_e = a n \quad (\text{II7})$$

n nombre de cycles au bout d'un temps t

$$3) \text{ loi de fatigue } \sigma_w = \sigma_e + A N^{-b} \quad (\text{II8})$$

Alors on peut écrire:

$$\Delta \sigma_i = a \Delta n_i \quad (\text{II9})$$

$$\frac{1}{N_i} = (\sigma_i - \sigma_e)^{1/b} \frac{1}{A^{1/b}} \quad (\text{I20})$$

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = \frac{1}{a} \frac{1}{A^{1/b}} \sum (\sigma_i - \sigma_e)^{1/b} \Delta \sigma_i = 1 \quad (\text{I21})$$

A la limite

$$\int \frac{dn}{N} = \frac{1}{a} \frac{1}{A^{1/b}} \int_{\sigma_e}^{\sigma_R} (\sigma - \sigma_e)^{1/b} d\sigma = 1 \quad (\text{I22})$$

Et après intégration:

$$\sigma_e = \sigma_R - \left(\left(\frac{1}{b} + 1 \right)^b a^b A \right)^{\frac{1}{1+b}} \quad (\text{I23})$$

$$\sigma_R - \sigma_e = \left(\left(\frac{1}{b} + 1 \right)^b A \right)^{\frac{1}{1+b}} a^{\frac{b}{1+b}} \quad (\text{I24})$$

$$\sigma_R - \sigma_e = k a^{\frac{b}{1+b}} \quad (\text{I25})$$

Cette relation est à comparer avec celle du paragraphe 3.2.I. où l'exposant $m = \frac{b}{1+b}$ peut être évalué par un procédé graphique à partir des résultats des essais de PROT. Elle montre que m dépend des matériaux, uniquement par l'exposant b .

B.- Relation entre σ_R , σ_e , σ_w .

En éliminant N par substitution de

$$N = \frac{\sigma_R - \sigma_e}{a} \quad (\text{I26})$$

.../...

dans la loi de fatigue, on obtient

$$\sigma_w = \sigma_e A \frac{a^b}{(\sigma_R - \sigma_e)^b} \quad (I27)$$

Et par élimination de A dans la relation entre σ_R et σ_e obtenue précédemment:

$$\sigma_w - \sigma_e = \frac{\sigma_R - \sigma_e}{(1 + 1/b)^b} \quad (I28)$$

Nous rappelons que σ_w est la contrainte d'amplitude constante correspondant à une durée de vie de N cycles effectués en un temps t_R à l'issue duquel l'amplitude croissante de contrainte a atteint la valeur σ_R .

On obtient donc ainsi la relation entre la valeur de la contrainte d'amplitude constante, et la valeur finale de la contrainte d'amplitude croissante, donnant la même durée de vie.

On constate que pour tracer des courbes de Wöhler, l'essai de PROT n'apporte pas de diminution de la durée d'essai.

Chapitre 5

LES PRINCIPAUX RÉSULTATS DES ESSAIS DE FATIGUE

Dans le but de vérifier les hypothèses sur le comportement à la fatigue, ainsi que de mettre en évidence certaines propriétés particulières des enrobés exposés dans les chapitres précédents, nous avons effectué environ un millier d'essais sur quelques formules types et selon différents modes de sollicitations.

5.1 Formules d'enrobés ayant servi de support d'étude

Deux types de béton bitumineux ont été utilisés; l'un, comportant trois variantes de bitume, a été prélevé directement sur une chaussée expérimentale circulée où il constituait une couche de roulement reposant sur une couche de base rigide (grave-ciment); l'autre, fabriqué en laboratoire, est destiné à la réalisation de couches de roulement de chaussées à trafic rapide. Ils ont respectivement les caractéristiques suivantes:

.../...

5.I.I. - Enrobés dits de la planche expérimentale de Marseille

On a étudié trois variantes d'un même type d'enrobé de mêmes granulats et de même teneur en bitume, différant seulement par la nature du liant.

La planche I indique sa courbe granulométrique et le tableau suivant sa composition:

TABLÉAU N° 2

CARACTERISTIQUES	MOYENNE	ECART- TYPE (estimation sur une dizaine de mesures)
Teneur en liant PO/100	5,7%	0,3%
Teneur en filler	7,6%	0,5%
Teneur en sable 0/5	68%	3%
Module de richesse (Duriez)	3,4	0,2
Compacité	92%	1,4%

Granulats: matériau silico calcaire concassé de Durance obtenu par un mélange de
 68% de sable de concassage 0/5
 16% de grain de riz 5/8
 16% de gravillon 8/12,5
 Il s'agit donc d'un enrobé "nougat" riche en sable.

Les trois variantes de bitume ont été obtenues respectivement de la façon suivante:

- le bitume SK par la méthode de demi-soufflage à partir d'un brut venant du Moyen Orient (KOWEIT).
- le bitume SV par distillation directe du pétrole brut en provenance du Vénézuéla.
- le bitume SC par modification du bitume SV par addition d'un polyiso prène de synthèse dans la proportion pondérale de 6% par rapport au bitume.

Les couches de roulement en béton bitumineux sont placées
 .../...

cées sur des couches de base de grave 0/30 naturelle de GIGNAC traitée en place au ciment comme l'indique la planche 8

Les mesures de déflexion indiquent que l'on est en présence d'une chaussée du type rigide très peu déformable.

5.1.2. - Un type de formule d'enrobé grenu.

Des plaques d'enrobé fabriquées en laboratoire ont fourni des échantillons d'essai. La planche 9 indique leur courbe granulométrique et le tableau suivant la composition théorique de l'enrobé. Il s'agit d'une formule continue, grenue dite LA NOUBLEAU C (de granulats en provenance de la carrière "LA NOUBLEAU" à Saint Varent - Deux-Sèvres).

TABLEAU N° 3

Teneur en liant 40/50	5, 8%
Teneur totale en filler	8%
Teneur en granulats 0/2	25%
Teneur en granulats 2/4	15%
Teneur en granulats 4/6,3	25%
Teneur en granulats 6,3/12,5	35%
Compacité	87%

Le refus aux tamis à 2 mm est donc de 75% et celui à 5 mm de 50%.

Le module de richesse en est de 3,75

En laboratoire, on n'a pu obtenir que des compacités faibles, nettement inférieures à celles que l'on peut obtenir sur chantier avec des épaisseurs suffisantes.

.../...

5.2 Organisation des essais

En vue d'une étude comparée du comportement en fatigue de différents types d'enrobés, en fonction des facteurs contrôlés tels que la composition, la teneur et la dureté des bitumes, le vieillissement... et d'une étude de corrélation entre les durées de vie avec d'autres caractéristiques mécaniques tels que la compacité, le module complexe... un classement systématique des échantillons est indispensable afin de permettre leur identification et de pouvoir en retrouver les caractéristiques avec un temps minimum d'accès.

Par exemple l'éprouvette classée n° 999 est

un enrobé O/IO de la planche expérimentale de Marseille,
à liant de bitume en provenance du Koweït de dureté 80/100,
d'un prélèvement avec 18 mois de circulation sur le profil
en long 59
à 2m,20, en profil de travers, de la bordure

Ses dimensions et masse sont respectivement

hauteur	25	cm
largeur à la base	5,63	cm
largeur au sommet	2,54	cm
épaisseur	2,50	cm
masse	0,576	Kg
masse spécifique apparente	2,26	g/cm ³

(la moyenne générale d'un groupe de 96 dont cette éprouvette est extraite étant 2,255 g/cm³)

Les relations fonctionnelles particulières à cette éprouvette, entre contrainte maximale et force, et entre déformation maximale et flèche sont:

$$\begin{aligned}\sigma_M &= 1,911 \times F \\ \varepsilon_M &= 7,792 \cdot 10^{-4} \times fl \text{ (mm)}\end{aligned}$$

Les relations moyennes correspondantes, calculées pour le groupe de 96 éprouvettes dont celle-ci est extraite sont respectivement:

$$\begin{aligned}\sigma_M \text{ (bars)} &= 1,896 \times F \text{ (kgf)} \\ \varepsilon_M &= 7,760 \cdot 10^{-4} \times fl \text{ (mm)}\end{aligned}$$

Les essais ont donné:

un module de rigidité à 10°, 30Hz et 1 bar d'amplitude de contrainte maximale

.../...

$\epsilon = 1,15 \cdot 10^{-4}$ bars
(la moyenne sur 30 échantillons étant de
 $0,92 \cdot 10^{-5}$ bars)

une durée de vie à 10^0 , 30Hz, $\epsilon_m = 1,5 \cdot 10^{-4}$

$N = 1,43 \cdot 10^6$ cycles
(9^e rang parmi les 10 échantillons ordonnés
de moyenne $0,92 \cdot 10^0$ cycles)

5.3 Comportement en fatigue à amplitude de sollicitations constante
à différentes températures

Par ce mode classique de sollicitations nous étudions
l'influence de la température sur le comportement en fatigue d'un
enrobé prélevé dans la chaussée expérimentale de Marseille, avant
sa mise en circulation. Il s'agit de l'enrobé O/10 au bitume 80/100
SV du Paragraphe 5.1.1. ainsi que les variantes SK, SC.

5.3.1. - Essais à amplitude de contrainte constante.

5.3.1.1. - Résultats.

49 éprouvettes de l'enrobé SV ont été rompues
par fatigue aux conditions suivantes, à 30 Hz :

Tableau N° 4

TEMPE - RATURE	NOMBRE D'ESSAIS	GAMME DE CONTRAINTES	LIMITES DES DUREES DE VIE
20°	18	3 bars à 13 bars	$10^3 < N < 10^7$ cycles
10°	17	6 bars à 15 bars	$10^3 < N < 10^7$ cycles
0°	7	10 bars à 25 bars	$10^3 < N < 10^6$ cycles
-10°	7	15 bars à 35 bars	$10^3 < N < 10^6$ cycles

.../...

Dans l'hypothèse d'une loi de fatigue de la forme

$$N = K_{\sigma} \sigma_M^{-a}, \text{ ou, sous forme logarithmique}$$

$$\log N = \log K_{\sigma} - a \log \sigma_M$$

nous avons ajusté les points expérimentaux par des droites de régression, obtenues par la méthode des moindres carrés, respectivement aux quatre températures.

La planche 10 indique leur répartition en coordonnées bilogarithmiques. Le tableau suivant donne les caractéristiques des droites de régression

Tableau N° 5

TEMPERATURE	-10°	0°	10°	20°
Nombre d'essais	7	7	17	18
Log moyen	3,298	2,836	2,327	2,018
Log N moyen	10,191	11,018	12,117	11,95
Log K	23,65	24,35	24,21	20,98
K	18,710 ¹⁰	3,75.10 ¹⁰	3,28.10 ¹⁰	1,3.10 ⁹
a	4,1	4,7	5,2	4,7
Ecart-type de N (par LogN lié par Log)	0,56	1,25	1,09	1,16
Coefficient de corrélation r	-0,84	-0,78	-0,83	-0,91
Signification de r	-3,5	-2,7	-7,3	-9
$N = K_{\sigma} \sigma^{-a}$	$1,87.10^{11} \sigma^{-4,1}$	$3,810^{10} \sigma^{-4,7}$	$3,3.10^{10} \sigma^{-5,2}$	$1,3.10^9 \sigma^{-4,7}$
$N = (K_{\sigma} . E a) \epsilon^{-a}$	$3,4.10^{-12} \epsilon^{-4,1}$	$3,810^{-14} \epsilon^{-4,7}$	$2,1.10^{-16} \epsilon^{-5,2}$	$1,2.10^{-17} \epsilon^{-4,7}$
E (bars) à 30 Hz 2 bars	2.10 ⁵	1,4.10 ⁵	1,14.10 ⁵	0,55.10 ⁵

En introduisant une forme équivalente, exprimée en fonction de la déformation en début de fatigue correspondant

.../...

à la contrainte imposée, nous observons:

$$N = (K_{\sigma} E^a) \varepsilon_{DF}^{-a} \quad (129)$$

où

$$\varepsilon_{DF} = \frac{\sigma}{E}$$

E module de rigidité à 2 bars d'amplitude de contraintes maximales aux conditions de fréquence et de température de fatigue.

Nous signalons que cette représentation n'est valable, à la rigueur, que dans le but de comparer qualitativement le comportement d'un même enrobé ou d'un même type d'enrobé à différentes températures. En effet:

E étant un module proche du domaine linéaire viscoélastique, la déformation ε_{DF} obtenue par le rapport σ/E n'est pour de grandes valeurs de σ qu'une déformation approchée. Or c'est le cas dans les essais de fatigue: les déformations réelles, non linéaires, correspondantes seraient certainement très supérieures.

Cette forme de représentation a été néanmoins utilisée par PELL (7) et BAZIN et SAULNIER (27), avec des valeurs de E, module de rigidité estimées à partir des abaques de VAN DER POEL ou d'abaques analogues.

Notre appareillage ne nous a pas permis de descendre en dessous de 2 bars de contraintes maximales, pour la mesure des modules complexes E, qui sont donc définis à 2 bars, 30 Hz, et aux températures d'essais de fatigue.

5.3.1.2. - Interprétation des résultats.

5.3.1.2.1. - Dispersions des durées de vie.

L'étendue des durées de vie de part et d'autre de la droite de régression dépasse un rapport de 7 à 10°, est plus faible à 20°C et semble se réduire à un rapport de 5 pour 0° et -10°.

Pour des valeurs de contraintes à amplitude constante identiques la durée de vie augmente

.../...

rapidement vers les basses températures, le béton bitumineux devenant en même temps de plus en plus rigide comme le montrent les valeurs de modules.

Une relation empirique rendant compte de ces résultats peut être obtenue, pour les points moyens des droites de durée de vie, donnant une idée de la variation des durées de vie N en fonction du module pour une même valeur de contrainte imposée.

Ainsi l'expression

$$N = k (E^3)_{\sigma}$$

a été obtenue à partir des valeurs du tableau suivant:

Tableau N° 6

Températures	-10°	0°	10°	20°
Module E (bars)	2,10 ⁵	1,4.10 ⁵	1,14.10 ⁵	0,55.10 ⁵
Points moyens de la régression $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{bars} \\ N_{cycles} \end{array} \right.$	$\begin{array}{c} 27 \\ 2.67.10^5 \end{array}$	$\begin{array}{c} 17,06 \\ 4,38.10^5 \end{array}$	$\begin{array}{c} 10,68 \\ 8,48.10^5 \end{array}$	$\begin{array}{c} 8,45 \\ 1,97.10^6 \end{array}$
Contrainte de référence	15,5	15,5	15,5	15,5
Durées de vie	3,5.10 ⁵	6.10 ⁴	2.4.10 ⁴	11,1.10 ³
Rapport E/E ₂₀	3,63	2,55	2,07	1
Rapport N/N ₂₀	85,5	14,6	7,5	1

En prenant les valeurs de référence à 20°, l'augmentation des durées de vie lors d'un abaissement de la température, par l'intermédiaire de l'augmentation des valeurs correspondantes des modules de rigidité, est donc très importante, de l'ordre de la puissance 3 du rapport d'augmentation des modules correspondants, dans le cas présent:

$$\frac{N}{N_c} \approx k \left(\frac{E}{E_{20}} \right)^3 \tag{130}$$

.../...

Un procédé d'exploitation pratique de ce mode d'essai consisterait donc à établir des relations de la forme précédente (I30).

On peut alors n'effectuer des essais de fatigue qu'à une seule température de référence, les durées de vie à d'autres températures étant déduites des valeurs de module déterminées à ces températures.

Les formes des courbes d'évolution en fonction du nombre de cycles des flèches et des phases indiquées dans la planche II montrent les effets simultanés des dommages par fatigue et de l'échauffement interne, dans ce mode de sollicitation à mécanisme de rupture accéléré.

5.3.2. - Essais à amplitude de déformation constante.

Dans l'ordre chronologique des prélèvements des enrobés de la planche expérimentale de Marseille, une série d'essais à diverses amplitudes de déformation en fonction du paramètre température ont été suivis d'essais systématiques organisés de façon à faciliter l'analyse statistique des résultats.

5.3.2.I. - Comportement à différentes températures.

Le tableau 7 suivant indique les conditions des essais effectués pour l'étude du comportement en fatigue à amplitude de déformation imposée des prélèvements avant la mise en circulation des enrobés de Marseille (prélèvement au temps 0 du type TOT) que nous désignons par MARS TOT.

Les planches II, I2, I3 et I4 indiquent la répartition des points expérimentaux de part et d'autre des droites de régression, respectivement pour chaque enrobé à liant de bitume différent.

La justification du critère de rupture par fatigue dans ce mode de sollicitation a été faite au Chapitre IV; nous fixons en outre l'origine des temps à 10^3 cycles de fatigue pour définir la contrainte initiale nécessaire pour imposer la déformation, ce qui correspond à un temps transitoire de 30 secondes environ pour la mise en charge, compte tenu des cons-

.../...

-tantes de temps des appareils de mesure et d'enregistrement.

D'ailleurs à l'échelle des durées de vie, dans l'ensemble, 10^3 cycles sont inclus dans les erreurs expérimentales.

Tableau N° 7

Amplitude de déformation ϵ_M		10^{-4}	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	3,5	4	4,5	n
Enrobé												
Température												
MARS SK TOT	-10°		2 ⁺	2	2	2						9
	0°	I		2		2	I	2	2			10
	10°	I		2		2		I		2	2	10
	20°			I		I		2	2	2	I	10
	n	2	2	7	2	7	I	5	4	4	3	39
MARS SC TOT	-10°	I		2	2	2						7
	0°			I		2	2	I	I			8
	10°	I		2		2	I	I		2	I	10
	20°	I		2		2		I		2	2	10
	n	3		7	2	8	3	3	I	4	3	35
MARS SV TOT	-10°	2	2	2	2	2						10
	0°	2		2		2	2	2				10
	10°					2	2	2	2	2		10
	20°					2	2	2	2	2		10
	n	4	2	4	2	8	6	6	4	4		40

⁺ Les chiffres dans les cases indiquent le nombre d'éprouvettes an fatigue aux conditions fixées.

.../...

Dans l'hypothèse d'une loi de comportement de la forme

$$N = K_{\epsilon} \epsilon^{-a} \quad (131)$$

Les tableaux 8, 9, 10 suivants donnent les caractéristiques statistiques des droites de régression, obtenues par la méthode des moindres carrés, ajustant les points expérimentaux en $\text{Log} \epsilon$ et $\text{Log} N$ de la relation

$$\text{Log} N = \text{Log} K_{\epsilon} - a \text{Log} \epsilon \quad (132)$$

respectivement pour les enrobés SK, SV et SC. On y trouve, en dernière colonne, les caractéristiques moyennes correspondantes pour l'ensemble des températures.

(suit page 55 Tableau n°8)

.../...

Température	-10°	0°	10°	20°	-10° à 20°
Nombre d'essais	9	10	10	10	39
Log ϵ moyen	-8,700	-8,428	-8,303	-8,13	-8,38
Log N moyen	11,812	10,399	11,271	11,015	11,107
Log K_{ϵ}	-57,75	-32,609	-31,696	-20,331	-24,069
K_{ϵ}	8,3.10 ⁻²⁴	6,88.10 ⁻¹⁵	1,72.10 ⁻¹⁴	1,48.10 ⁻⁹	3,52.10 ⁻¹¹
a	8	5,10	5,20	3,9	+ 4,20
ϵ de Log ϵ moyen	1,666.10 ⁻⁴	2,18.10 ⁻⁴	2,48.10 ⁻⁴	2,94.10 ⁻⁴	2,29.10 ⁻⁴
N de Log N moyen	1,35.10 ⁵	3,28.10 ⁴	7,85.10 ⁴	6,08.10 ⁴	6,66.10 ⁴
Ecart type lié de N	0,46	0,706	0,282	0,40	1,04
Coefficient de corrélation r	-0,97	-0,95	-0,996	-0,965	-0,87
Signification de r	-10,46	-9,06	-29,75	-10,46	-10,98
$N = K_{\epsilon} \epsilon^{-a}$	8,310 ⁻²⁴ ϵ^{-8}	6,9.10 ⁻¹⁵ $\epsilon^{-5,1}$	1,7.10 ⁻¹⁴ $\epsilon^{-5,2}$	1,7.10 ⁻¹⁴ $\epsilon^{-5,2}$	3,5.10 ⁻¹¹ $\epsilon^{-4,2}$
E (bars) à 30 Hz	2.10 ⁵	1,4.10 ⁵	1,14.10 ⁵	0,55.10 ⁵	

.../...

Tableau N° 9

Enrobé MARS SV TOT

Température	-10°	0°	10°	20°	-10 à 20°
Nombre d'essais	10	10	10	10	40
Log ϵ moyen	-8,834	-8,588	-8,14	-8,14	-8,413
Log N moyen	12,223	10,650	9,34	10,41	10,605
Log K_{ϵ}	-35, 18	-22, 89	-26, 73	-24, 20	-18, 09
K_{ϵ}	$5,26 \cdot 10^{-16}$	$3,13 \cdot 10^{-10}$	$2,45 \cdot 10^{-12}$	$3,09 \cdot 10^{-11}$	$1,39 \cdot 10^{-8}$
a	5,4	3,8	4,4	4,3	3,4
ϵ de Log ϵ moyen	$1,46 \cdot 10^{-4}$	$1,86 \cdot 10^{-4}$	$2,91 \cdot 10^{-4}$	$2,91 \cdot 10^{-4}$	$2,22 \cdot 10^{-4}$
N de Log N moyen	$2,03 \cdot 10^5$	$4,35 \cdot 10^4$	$1,14 \cdot 10^4$	$3,31 \cdot 10^4$	$4,04 \cdot 10^4$
Ecart type lié de N	0,388	0,412	0,284	0,24	0,79
Coefficient de corrélation r	-0,97	-0,97	-0,97	-0,98	-0,87
Signification de r	-10,72	-11,29	-12,09	-14	-11,14
$N = K_{\epsilon} \epsilon^{-a}$	$5,3 \cdot 10^{-16} \epsilon^{-5,4}$	$3,1 \cdot 10^{-10} \epsilon^{-3,8}$	$2,5 \cdot 10^{-12} \epsilon^{-4,4}$	$3,1 \cdot 10^{-11} \epsilon^{-4,3}$	$1,4 \cdot 10^{-8} \epsilon^{-3,4}$
E (bars) à 30 Hz = 2 bars	2,105	$1,4 \cdot 10^5$	$1,14 \cdot 10^5$	$0,55 \cdot 10^5$	

.../...

Tableau N° 10

Enrobé MARS SC TOT

Température	-10°	0°	10°	20°	-10° à 20°
Nombre d'essais	7	8	10	10	35
Log ϵ moyen	-8,737	-8,349	-8,361	-8,30	-8,40
Log N moyen	11,962	10,341	10,374	10,61	10,75
Log K_{ϵ}	-27,507	-26,51	-26,00	-18,37	-22,49
K_{ϵ}	1,13.10 ⁻¹²	3,05.10 ⁻¹²	5,08.10 ⁻¹²	1,5.10 ⁻⁸	1,71.10 ⁻¹⁰
a	4,5	4,4	+4,4	3,5	4,
ϵ de Loge moyen	1,61.10 ⁻⁴	2,37.10 ⁻⁴	2,34.10 ⁻⁴	2,48.10 ⁻⁴	2,24.10 ⁻⁴
N de Log N moyen	1,57.10 ⁵	3,1.10 ⁴	3,2.10 ⁴	4,05.10 ⁴	4,67.10 ⁴
Ecart lié de N	1,12	1,17	0,845	0,64	0,89
Coefficient de corrélation r	-0,73	-0,73	-0,94	-0,95	-0,89
Signification de r	-2,37	-2,63	-7,7	-8,89	-11,27
$N = K_{\epsilon} \epsilon^{-a}$	1,1.10 ⁻¹² $\epsilon^{-4,5}$	3,1.10 ⁻¹² $\epsilon^{-4,4}$	5,1.10 ⁻¹² $\epsilon^{-4,4}$	1,5.10 ⁻⁸ $\epsilon^{-3,5}$	1,7.10 ⁻¹⁰ ϵ^{-4}
E (bars) à 30 Hz	2,1.10 ⁵	1,5.10 ⁵	1,2.10 ⁵	0,6.10 ⁵	

.../...

Nous rappelons que la signification du coefficient de corrélation est définie par un test t de STUDENT - FISHER classique pour déterminer si la valeur observée de r est significativement différente de zéro. La variable t est alors

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{n-2} \quad (I33)$$

n nombre d'essais (relativement faible).

La valeur de t ainsi calculée est comparée alors à une valeur tabulée de t selon la distribution de STUDENT pour $\nu = n-2$ degrés de liberté au seuil, par exemple, de 1%.

De même, en faisant abstraction de la nature du bitume nous obtenons un échantillon de taille importante d'un enrobé de la même composition granulométrique, de même teneur et dureté de bitume, appelé MARS TOT.

Les valeurs caractéristiques correspondantes sont:

(Suit page 59 Tableau N°II)

.../...

Tableau N° II

Température	-10° à 20°
Nombre d'essais	114
Log ϵ moyen	-8,4
Log N moyen	10,8
Log K_{ϵ}	-23,4
K_{ϵ}	$5,2 \cdot 10^{-10}$
a	3,8
ϵ de Log ϵ moyen	$2,25 \cdot 10^{-4}$
N de Log N moyen	$4,91 \cdot 10^4$
Ecart type lié de N	0,95
Coefficient de corrélation de r	-0,87
Signification de r	-18,35
$N = K_{\epsilon} \epsilon^{-a}$	$5,2 \cdot 10^{-10} \epsilon^{-3,8}$
E (bars) à 30 Hz	

.../...

5.3.2.2. - Evolution de la force et de la phase dans un essai de fatigue à amplitude de déformation constante.

Dans l'ensemble, nous pouvons distinguer, quel que soit le niveau de déformation imposé, trois stades dans l'évolution du taux de dégradation par fatigue en fonction du nombre de cycles se traduisant par une diminution plus ou moins rapide de rigidité de la structure de l'éprouvette (en négligeant, en première approximation, l'échauffement interne des matériaux à chaque cycle de fatigue, lequel dans ce mode de sollicitation diminue, au cours du temps, par suite de la décroissance de la force, et par rayonnement dans une enceinte thermostatée bien ventilée et régulée). Les planches I6, I7, I8, I9 indiquent les courbes d'évolution relevées lors des essais de l'enrobé MARS SC TOT à -10° et 0° .

5.3.2.2.I. - Grand niveau de déformation.(planche I6)
($\epsilon = 3.10^{-4}$ à 10°C)

On distingue 3 stades de dégradation jusqu'à la rupture conventionnelle:

- le premier, relativement de courte durée relative, est à taux décroissant,
- le deuxième, également de courte durée relative, est à taux constant,
- le troisième, de durée relative plus longue, est à taux croissant.

On remarque qu'en poussant plus loin l'essai, le taux de dégradation décroît de nouveau jusqu'à une valeur nulle lorsque l'éprouvette aura perdu complètement sa rigidité en flexion la phase correspondante croit assez rapidement

.../...

5.3.2.2.2. - Niveau moyen de déformation.(planche I7)

($\epsilon = 2,5 \cdot 10^{-4}$ à 0°)

De même, on distingue 3 stades d'évolution:

le premier, de courte durée relative à taux décroissant rapidement,

le deuxième, à taux sensiblement constant et faible est également de courte durée,

le troisième, de durée relative plus longue est à taux croissant; il s'étend au-delà de la rupture conventionnelle.

L'évolution de la phase est lente.

5.3.2.2.3. - Niveau faible de déformation. (planche I8)

($\epsilon = 1,5 \cdot 10^{-4}$ à -10°C)

On observe encore 3 stades d'évolution comme précédemment:

le premier de courte durée relative

le deuxième et le troisième de durée relative beaucoup plus longue.

La phase évolue lentement.

5.3.2.2.4. - Niveau très faible de déformation.(planche I9)

($\epsilon = 10^{-4}$ à -10°C .)

Des 3 stades de dégradation jusqu'à la rupture conventionnelle

le premier, à taux décroissant rapidement est de très courte durée relative

le deuxième à taux constant et très faible

et le troisième, à taux croissant, sont de durées relatives beaucoup plus longues.

.../...

La phase évolue très peu durant les deux premiers stades, croît régulièrement avec l'évolution du taux de dégradation au troisième stade.

Dans tous les cas, les distorsions importantes, dans la forme des signes d'évolution de la flèche à l'approche du troisième stade de fatigue indiquent que de grandes perturbations internes apparaissent et qui vont en s'amplifiant.

En faisant l'hypothèse qu'il y a analogie entre le taux de dégradation d'une éprouvette et le taux de mortalité d'une population d'éprouvettes, on peut prévoir que les paramètres de la loi de distribution des durées de vie varieront en fonction du nombre de chargements, et ceci d'une façon différente selon le niveau d'amplitude de déformation, et éventuellement, en second lieu, selon les températures et les fréquences. Un exemple de ce cas est donné par les équations (63) à (66) du Chapitre III.

5.3.3. - Interprétation des résultats.

5.3.3.1. - Dispersions des durées de vie.

Les étendues des durées de vie de part et d'autre des droites de régression restent importantes, bien que plus faibles que dans le mode de fatigue à contrainte imposée (rapport de 4 au lieu de 7 dans l'ensemble). Des répétitions, à une même amplitude de déformation et à une même température, donnent des écarts plus faibles, dans un rapport de 3 au maximum.

5.3.3.2. - Comportement en fatigue des enrobés MARS TOT.

L'ajustement des points expérimentaux par des droites de moindres carrés conduit aux constatations suivantes vis-à-vis du paramètre température

.../...

et du niveau des déformations.

5.3.3.2.I. - Comportement vis-à-vis de la température.

Le groupement des droites de durées de vie semble indiquer que l'hypothèse selon laquelle, quelle que soit la température, c'est la déformation imposée qui définit la tenue en fatigue des bétons bitumineux, est assez bien vérifiée pour l'enrobé MARS SC TOT, au liant de bitume SC.

Elle se vérifie moins bien pour l'enrobé au bitume SV et mal pour l'enrobé SK, surtout à grandes déformations imposées.

Dans ces deux cas on remarque en effet, pour une même amplitude de déformation, une plus faible résistance à la fatigue, à basses températures et aux fortes déformations, pour lesquelles de grandes valeurs de contraintes sont nécessaires, à cause des valeurs élevées du module de rigidité. Ce qui suppose un taux de dégradation du matériau supérieur, pour les grandes valeurs de contraintes et de modules vers les basses températures.

Ce fait est donc à considérer pour fixer les déflexions admissibles des bétons bitumineux dans des structures déformables soumises aux charges répétées, en hiver.

5.3.3.2.2. - Comportement comparé des trois enrobés vis-à-vis du niveau des déformations.

Dans le cas particulier présent, la convergence des droites de durées de vie vers les grandes déformations dénote une même résistance mécanique à la rupture pour l'ensemble des 3 enrobés.

Par contre leur divergence vers les grandes durées de vie semble dénoter une influence de la nature des bitumes dans le comportement à faible amplitude de déformation.

L'enrobé SK y est supérieur à l'enrobé SC, lui-même plus résistant que l'enrobé SV.

Reste à savoir dans quelle mesure la nature du bitume ne joue pas un rôle dans la mise

.../...

en oeuvre des enrobés, en particulier dans la plus ou moins grande facilité à obtenir la compacité désirée. On ne peut donc conclure au rôle déterminant de la nature du bitume, dans les liaisons inter-granulats résistant aux charges répétées, que lorsque toute autre cause de variation des durées de vie des facteurs contrôlés.

5.4 Justification du choix d'un mode de fatigue à amplitude de déformation constante

Nous examinerons cette question, successivement du point de vue de la mécanique des chaussées et de celui des essais de laboratoire.

La nécessité d'une étude du comportement à la fatigue des enrobés se justifie pour deux types de structure de chaussée:

- les chaussées souples au sens strict, dans lesquelles l'enrobé de couche de surface est soumis à des phénomènes de fatigue. Compte tenu de la faible épaisseur de l'enrobé, c'est la structure granulaire non traitée qui fixe le niveau des déflexions de la chaussée, donc le niveau de déformation de l'enrobé. Ces déformations, sous le passage d'un essieu de 13 tonnes, sont assez peu variables en cours d'année, et avec la vitesse du véhicule. Pour ce type de chaussée, les essais de fatigue à déformation constante paraissent assez bien justifiés. Il faut reconnaître cependant que ce type de chaussée est maintenant assez rare. A ce cas se rattachent ceux des revêtements bitumineux des ponts en béton précontrainte ou à dalle orthotrope, très déformable.
- les chaussées à couche de base en enrobé, dans lesquelles c'est la fatigue de l'enrobé qui fixe le niveau des déflexions de la chaussée, donc le niveau des déformations de l'enrobé. Etant donné le caractère viscoélastique des enrobés, ces déformations varient sensiblement en cours d'année en fonction de la température et en fonction de la vitesse des véhicules. On n'est donc pas dans des conditions de fatigue à déformation constante, mais rien n'indique que l'on soit plus proche de conditions de fatigue à contrainte constante. A ce cas se rattache celui des renforcements épais en enrobés.

.../...

Du point de vue des essais en laboratoire la méthode à déformation imposée apporte une simplification parce qu'elle permet de diminuer l'échauffement interne; elle a de plus permis de fixer une seule température d'essai, étant donné que l'effet du paramètre température est secondaire dans le comportement à déformation. Cette température a été choisie de façon à permettre de solliciter plusieurs types d'enrobés plus ou moins rigides, dans les mêmes conditions, compte tenu des performances de l'appareillage. En outre, les dispersions des durées de vie sont relativement plus faibles; elles le seraient davantage pour des échantillons fabriqués en laboratoire.

Une autre simplification des essais, certainement moins justifiée, a été de fixer également une seule fréquence d'essai: la propriété de relaxation des enrobés n'est en effet pas négligeable.

En définitive une étude simplifiée de formulation consiste à fixer:

- 3 niveaux de déformation encadrant les déformations considérées comme critiques pour une durée de vie normale d'une chaussée
- 10 répétitions par niveau afin d'avoir des estimations acceptables
- 1 seule température de 10° qui est une température moyenne d'une année et qui est compatible avec les performances de l'appareillage
- 1 seule fréquence de 30 Hz correspondant sensiblement à une vitesse moyenne de sollicitation au passage d'un véhicule et qui est également compatible avec l'appareillage

Cette simplification des conditions a le grand avantage, ce qui est essentiel, de permettre dans un plan d'étude à long terme, de faire une étude comparée du comportement à la fatigue de l'ensemble des enrobés. L'analyse statistique des résultats en serait également facilitée.

.../...

5.5 Application des essais simplifiés à l'étude d'un plan d'expérience

5.5.1. - Un Plan d'expérience.

L'idée de plan d'expérience dans les essais de fatigue est rarement réalisée vu le nombre élevé d'essais que cela entraîne, et vu le temps et les moyens nécessaires. L'occasion d'en réaliser un, à petite échelle, nous a été donnée par la participation aux études faites pour suivre le comportement en fatigue des enrobés d'une planche expérimentale en grandeur réelle, décrite au Chapitre VI.

Les conditions uniformes des essais ont permis d'avoir un plan factoriel à 2 facteurs contrôlés avec 10 répétitions. Il s'agit d'étudier les variations des durées de vie, respectivement à chacune des 3 amplitudes de déformations imposées aux facteurs suivants, choisis parmi les paramètres susceptibles de jouer un rôle important dans le comportement à la fatigue:

- Le temps de circulation

On dispose de prélèvements non circulés, conservés 30 mois sur la terrasse du laboratoire de prélèvements soumis à 18 mois de circulation; et d'autres soumis à 30 mois de circulation, désignés successivement par T 30 X, T 18 T, T 30 T.

Précisons bien que le paramètre contrôlé ici est le temps de circulation et non l'âge des enrobés, et que le vieillissement de l'enrobé est un paramètre non contrôlé.

- La nature du bitume dans les enrobés SK,SV,SC.

En plus de l'analyse de la variance pour préciser les variations dues à ces facteurs, une étude de corrélation entre les masses spécifiques apparentes P/V représentatives de la compacité, les modules complexes et les durées de vie a été faite pour déterminer dans quelles mesures ces caractéristiques sont liées entre elles. Tout cela, bien entendu, est dans le but de déceler, et de mesurer éventuellement, tous les paramètres du comportement en fatigue des enrobés, soit partiellement avec des résultats partiels, soit globalement à la fin des essais de formulation.

.../...

Axe de la chaussée

sens de la
circulation $\rightarrow$

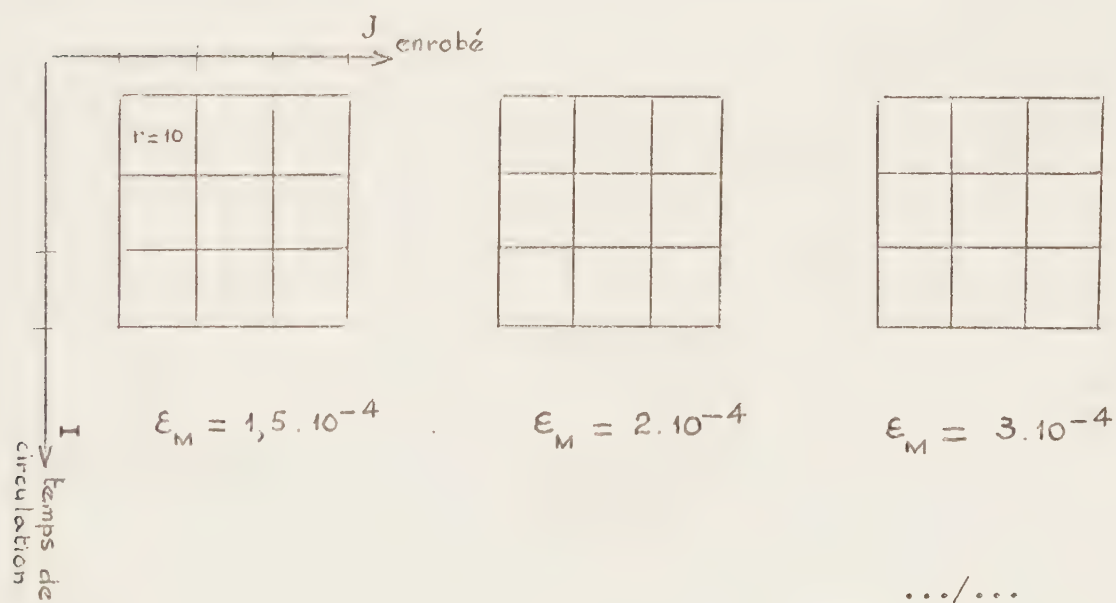
Bordure droite

Enrobé SV

Enrobé SK

Enrobée SC

Plans factoriels



Hypothèses.

Pour étudier seulement les variations dues aux paramètres temps de circulation, nature de liant, nous supposons nuls ou négligeables les autres paramètres ayant des effets directs ou indirects sur les durées de vie.

Dans l'hypothèse d'une distribution Log-normale des durées de vie, nous retrouvons les hypothèses classiques de l'analyse de la variante, soit:

- normalité des distributions des erreurs supposées indépendantes
- invariance de la variance
- indépendance des groupes de paramètres (orthogonalité)
- additivité des effets de différents traitements.

Modèle mathématique:

$$n_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} \quad (I34)$$

où μ est la moyenne générale

α_i effet du à la variante i du temps de circulation

β_j effet du à la variante j de la nature du liant

$(\alpha\beta)_{ij}$ effet du à l'interaction de ces variantes

En réalité nous obtenons des estimations de moindres carrés

$$\hat{\mu}, \hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j, (\hat{\alpha\beta})_{ij}$$

à partir des résultats d'expérience.

Tests globaux ?

Les effets significatifs ou non sont déterminés par des tests d'hypothèse de nullité par des rapports de leur carré moyen à celui du terme d'erreur, qui sont des variables de FISHER-SNEDECOR.

.../...

Calculs numériques.

Un programme de calcul en langage ALGOL spécifique nous a permis de traiter les données et d'avoir ensuite les différents termes du modèle additif ainsi que les résultats des tests.

5.5.2. - Résultats des essais de fatigue.

Les conditions des essais simplifiés étant connues nous donnons les tableaux résumés des durées de vie relatives à chaque niveau de déformation.

(Suit page 70 Tableau N° I2)

.../...

Tableau N° 12

TEMPS DE CIRCULATION	ENROBE SK		ENROBE SV		ENROBE SC	
0 mois	3,06	10 ⁵	1,98	10 ⁵	5,58	10 ⁵
	3,33		2,48		7,72	
	4,95		2,56		8,10	
	5,40		2,71		8,64	
	6,92		2,90		10,87	
	7,55		3,21		16,20	
	11,70		3,54		19,10	
	13,00		3,60		22,50	
	18,40		4,62		29,40	
	19,60		4,68		43,50	
18 mois	3,535	10 ⁵	0,56	10 ⁵	2,24	10 ⁵
	6,45		1,40		4,05	
	6,75		1,41		5,90	
	7,28		2,05		6,12	
	7,60		2,26		7,00	
	8,58		2,41		9,10	
	9,57		2,71		10,80	
	10,20		5,91		12,60	
	14,28		6,56		13,10	
	18,33		8,32		19,20	
30 mois	3,53	10 ⁵	1,53	10 ⁵	2,67	10 ⁵
	4,43		2,09		6,15	
	6,00		2,14		9,64	
	6,48		2,40		15,45	
	6,85		3,58		17,	
	7,27		6,95		20,40	
	8,15		10,27		21,50	
	13,40		10,28		23,20	
	13,50		12,40		33,80	
	22,80		13,10		44,50	

.../...

$$\varepsilon = 2 \cdot 10^{-4}$$

71.

Tableau N° 13

TEMPS DE CIRCULATION	ENROBE SK	ENROBE SV	ENROBE SC
0 mois	4,05 10^4	1,72 10^4	6,12 10^4
	7,02	4,1	6,30
	8,15	4,23	23,4
	9,9	4,95	36,9
	12,24	5,7	48,
	15,7	6,66	52,
	18,9	7,56	54,3
	25,5	8,28	69,5
	26,	9,54	70,2
	33,2	12,15	182,
18 mois	5,32 10^4	2,01 10^4	4,25 10^4
	8,4	3,74	8,25
	14,	3,76	9,20
	14,3	4,65	12,1
	16,3	5,24	14,5
	17,	5,52	16,7
	31,3	6,22	28,5
	36,	6,5	35,
	50,8	9,33	35,2
	56,5	10,7	50,1
30 mois	3,83 10^4	3,06 10^4	6,9 10^4
	4,13	3,33	13,3
	4,35	4,68	20,7
	5,70	5,55	24,9
	5,73	5,7	25,5
	6,78	6,97	36,6
	9,30	8,82	45,5
	11,40	19,3	47,9
	12,75	23,2	59,6
	17,20	23,9	60,

.../...

Tableau N° 14

TEMPS DE CIRCULATION	ENROBE SK	ENROBE SV	ENROBE SC
0 mois	2,16 10 ³	4,5 10 ³	7,2 10 ³
	4,5	5,42	9,54
	5,4	9,9	12,6
	5,74	10,3	15,
	7,35	10,35	16,2
	10,5	10,95	23,85
	16,9	12,6	25,2
	18,6	13,5	33,4
	21,6	14,3	46,6
	37,	15,	78,
18 mois	7,2 10 ³	2,55 10 ³	2,7 10 ³
	8,2	3,	6,
	11,5	4,15	15,2
	11,8	5,4	16,2
	20,9	6,75	21,6
	21,5	7,05	27,3
	25,	8,25	36,3
	35,7	10,1	36,6
	39,3	11,5	36,9
	52,	15,2	53,
30 mois	7,65 10 ³	1,8 10 ³	10,7 10 ³
	8,1	3,6	12,6
	15,	4,8	29,2
	15,45	7,2	29,6
	15,80	7,5	48,6
	16,9	10,2	50,4
	17,4	13,55	56,7
	22,5	14,1	58,8
	24,8	14,8	65,5
	36,	15,6	90,4

.../...

5.3.3. - Résultats des traitements des données.

La variable étudiée étant le Logarithme des durées de vie (loi log-normale des durées de vie) les résultats de l'analyse de la variance sont résumés dans les tableaux.

5.3.3.1. - Somme des variables

Les moyennes, partielles et totales suivant, soit les répétitions, soit un facteur contrôlé peuvent être obtenues à partir du tableau des sommes des variables, respectivement à chaque niveau de déformation.

$$\varepsilon = 1,5 \cdot 10^{-4}$$

Tableau N° 15

ENROBE TEMPS	ENROBE SK	ENROBE SV	ENROBE SC	SK+SV.SC.
0 mois	136,4	135,5	124,4	396,4
18 mois	135,8	131,4	142,3	409,6
30 mois	135,6	126,5	141,5	403,6
0+18+30	407,8	393,4	408,2	1209,6

.../...

$$\underline{\varepsilon = 2.10^{-4}}$$

Tableau N° 16

ENROBE TEMPS	ENROBE SK	ENROBE SV	ENROBE SC	SK+SV+SC
0 mois	121,8	120,2	108,6	350,7
18 mois	110,8	110,5	125,6	346,9
30 mois	118,	109,6	128,	355,7
0+18+30	350,6	340,3	362,2	1053,1

$$\underline{\varepsilon = 3.10^{-4}}$$

Tableau N° 17

ENROBE TEMPS	ENROBE SK	ENROBE SV	ENROBE SC	SK+SV+SC
0 mois	98,59	98,2	87,7	284,8
18 mois	97,	89,5	105,3	291,9
30 mois	91,8	92,1	99,4	283,3
0+18+30	287,4	280,2	292,5	860,1

.../...

5.3.3.2. - Résultats du test global.

L'importance relative de chaque facteur contrôlé ainsi que leur interaction est donnée par le Tableau N° 18, le Tableau N° 19 et le Tableau N° 20, respectivement à chaque niveau de déformation.

$$\underline{\epsilon = 1,5 \cdot 10^{-4}}$$

Tableau N° 18

Variations	Somme des carrés	ν , degré de liberté	Carré moyen	Variable F		
				expérim.	au seuil 5%.1%	
Entre les temps	2,9243	2	1,4622	3,20	3,10	4,90
Entre les bitumes	4,7519	2	2,3760	5,20	3,10	4,90
Interaction temps $\times$ bitume	21,6316	4	5,4079	11,84	2,50	3,60
Résiduelle	37,0030	81	0,4568			
Totale	66,3108	89	0,7450			

.../...

$$\varepsilon = 2.10^{-4}$$

Tableau N° 19

Variations	Somme des carrés	Degré de liberté	Carré moyen	Variable F expérim.	Variable F au seuil	
					5%	1%
Entre les temps	1,2890	2	0,6445	1,2255	3,10	4,90
Entre les bitumes	7,9860	2	3,9930	7,592	3,10	4,90
Interaction temps x bitumes	34,1361	4	8,5340	16,227	2,50	3,60
Residuelle	42,6019	81	0,5259			
Totale	86,0130	89	0,9664			

$$\varepsilon = 3.10^{-4}$$

Tableau N° 20

Variations	Somme des carrés	Degré de liberté	Carré moyen	Variable F expérim.	Variable F au seuil	
					5%	1%
Entre les temps	1,4072	2	0,7031	0,40	3,10	4,90
Entre les bitumes	2,5428	2	1,2714	2,66	3,10	4,90
Interaction temps x bitumes	21,6411	4	5,4104	11,32	2,50	3,60
Résiduelle	38,7030	81	0,4778			
Totale	64,3941	89	0,7222			

.../...

5.3.3.3. - Effets principaux et interaction des facteurs contrôlés.

Les tableaux suivants donnent les différents termes du modèle additif respectivement à chaque niveau de déformation

i = SK, SV, SC

j = temps 0, 18 mois, 30 mois.

$$\underline{\varepsilon = 1,5 \cdot 10^{-4}}$$

Tableau N° 21

Effets principaux

effets temps	SK	SV	SC	SKVC	effets bitume	0	18	30	0.18.30
0	-0,038	-0,465	0,544	0,0137	SK	0,106	0,434	-0,067	0,1574
18	0,049	0,436	-1,167	-0,227	SV	-0,804	0,338	-0,508	-0,3249
30	-0,011	0,029	0,622	0,214	SC	0,698	-0,772	0,576	0,1675

Tableau N° 22

Interactions temps - bitume

bitume temps	SK	SV	SC
0	-0,052	-0,479	0,531
18	0,276	0,663	-0,939
30	-0,225	-0,184	0,409

.../...

$$\underline{\underline{\varepsilon = 2.10^{-4}}}$$

Tableau N° 23

Effets principaux

effets bitume temps	SK	SV	SC	SKVC	effets temps bitume	0	I8	30	0.I
0	0,114	-0,383	0,728	0,15289	SK	-0,053	0,492	-0,481	-0,0
I8	0,492	0,678	-1,210	-0,0135	SV	-0,894	0,334	-0,513	-0,35
30	-0,606	-0,294	0,482	-0,1394	SC	0,946	-0,825	0,993	0,37

Tableau N° 24

Interactions temps - bitume

bitume temps	SK	SV	SC
0	-0,039	-0,536	0,575
I8	0,505	0,691	- 1,1969
30	-0,467	-0,155	0,622

.../...

$$\underline{\varepsilon = 3.10^{-4}}$$

Tableau N° 25

Effets principaux

effets bitume	SK	SV	SC	SKVC	effets temps	0	I8	30	0.I8.30
temps					bitume				
0	-0,402	-0,126	0,195	-0,11085	SK	-0,268	0,366	-0,029	0,0233
I8	0,280	0,513	-0,981	-0,06265	SV	-0,232	0,359	-0,777	-0,2165
30	0,121	-0,387	0,786	0,1735	SC	0,499	-0,726	0,805	0,1932

Tableau N° 26

Interactions temps - bitume

bitume	SK	SV	SC
temps			
0	-0,291	-0,015	+ 0,306
I8	0,343	0,576	- 0,919
30	-0,052	-0,561	0,613

.../...

5.5.4. - Interprétation des résultats.

Les tests globaux indiquent que, parmi toutes les causes de variation des durées de vie l'effet du temps de circulation est non significatif au seuil de 1%. L'effet de la nature du liant l'est aux faibles et moyennes déformations, il ne l'est pas aux grandes déformations, ce qui confirme les résultats trouvés au 5.3.2. lors des études des mêmes enrobés avant la mise en circulation.

Le revêtement en enrobé se déformant peu en flexion, du fait qu'il repose sur des assises rigides, a donc été soumis à de faibles déformations malgré l'intensité du trafic de 6.000 véhicules par jour environ. Le critère de déformation en fatigue des enrobés semble donc être vérifié par ces résultats expérimentaux.

Le même comportement en fatigue à grande déformation pour les trois enrobés, différents seulement par la nature du liant, laisse prévoir un même comportement en rupture au premier chargement.

Les effets principaux dus au temps de circulation, sur l'ensemble des enrobés, relevés dans les tableaux 21, 23, 25 respectivement pour les amplitudes $1,5 \cdot 10^{-4}$, $2 \cdot 10^{-4}$, $3 \cdot 10^{-4}$ de déformation ont des fluctuations dues vraisemblablement à l'hétérogénéité des prélèvements d'enrobés, ainsi qu'aux facteurs non contrôlés.

Les effets principaux dus au facteur bitume, pour l'ensemble des temps, montrent une faible résistance à la fatigue de l'enrobé SV, une assez bonne tenue au départ de l'enrobé SK qui va en diminuant. Par contre, à cause soit du vieillissement du bitume hors trafic, soit du post-compactage sous trafic joint au vieillissement, l'enrobé SC voit sa résistance à la fatigue augmenter très sensiblement avec le temps de circulation. L'identité des durées de vie après 30 mois sans trafic et avec trafic semble même indiquer que l'effet du trafic en est du second ordre par rapport à l'effet de vieillissement.

Les faits exposés dans ce paragraphe tendent à montrer que le mode d'essai de fatigue adopté a débouché réellement sur une application pratique, permettant une étude comparée et d'évolution des matériaux prélevés sur route.

.../...

5.5.5. - Détermination des paramètres des lois de distribution des durées de vie.

Une estimation correcte des durées de vie des enrobés et de leur fiabilité suppose la détermination des paramètres de leur loi de distribution. Nous avons vu au Chapitre 3 que les deux lois :

loi log-normale,

Loi de WEIBULL,

semblent convenir pour une exploitation pratique et demandent cependant à être appliquées avec discernement.

La loi log-normale est indiquée pour des essais en nombre limité, ou des essais préliminaires, voire même des essais systématiques pour lesquels on recherche une méthode simple et rapide d'estimation (30).

La loi de WEIBULL de distribution des valeurs extrêmes, qui semble tenir compte du taux de mortalité, et par suite du mécanisme de rupture par fatigue, serait à utiliser pour un plus grand effectif.

Vu l'intérêt de leur application pratique dans l'étude de la fatigue, nous allons les appliquer séparément, aux mêmes données afin de juger de leur commodité.

Une étude de corrélation entre les propriétés mécaniques et physiques sera également faite.

5.5.5.I. - Enrobé ayant servi à cette étude.

Sur des prélèvements sur route, de la planche expérimentale de Marseille après 18 mois de circulation, nous avons déterminé, après le découpage en éprouvettes à profil trapézoïdal, successivement les variations de la densité apparente, celles de modules complexes à 1 bar, 10°, 30 Hz et enfin celles des durées de vie.

Les caractéristiques dimensionnelles et fonctionnelles des éprouvettes classées sont consignées dans le Tableau 27 suivant.

.../...

Tableau N° 27

Enrobé	Masse spécifique	Déformation par mm de flèche	Contrainte par Kgf	Effectif
SK Moyenne	2,255	$7,75 \cdot 10^{-4}$	1,896	96
Ecart-type	0,032	$0,06 \cdot 10^{-4}$	0,037	
SV m	2,234	$7,71 \cdot 10^{-4}$	1,919	96
s	0,075	$0,06 \cdot 10^{-4}$	0,033	
SC m	2,171	$7,71 \cdot 10^{-4}$	1,920	96
s	0,028	$0,06 \cdot 10^{-4}$	0,032	

Des tests ont permis de conclure à des différences non significatives entre les densités apparentes des SK et SV. Celle du SC est significativement différente des deux autres.

Les valeurs des modules complexes à 1 bar, 10°, 30 Hz mesurés avant fatigue sont, avec leur argument, en moyenne

Tableau N° 28

Enrobe	SK	SV	SC	Effectif
Module m (bars) s	$1,02 \cdot 10^5$ $0,16 \cdot 10^5$	$1,00 \cdot 10^5$ $0,26 \cdot 10^5$	$0,70 \cdot 10^5$ $0,10 \cdot 10^5$	30
Argument m (degrés)s	17° 1,6°	17° 1,2°	21° 1,2°	

.../...

La planche 20 ainsi que le Tableau N°29 suivant donnent une idée des dispersions des densités apparentes des modules de rigidité ainsi que de leur corrélation qui est, dans l'ensemble, largement significative.

Tableau N° 29

Caractéristiques	Régression linéaire entre Mod. et P/V	Régression linéaire entre LogMod, PV
Effectif n	90	90
Moyenne des P/V	2,207	
Ecart - type	0,062	
Coeff. de variation	0,028	
Moyenne des modules	0,8996.10 ⁵	11,381
Ecart- type	0,2022.10 ⁵	0,231
Coeff. de variation	0,226	0,181
Régression	2,5476.10 ⁵	3,
Ecart-type lié	0,126.10 ⁵	0,14
Ordonnée à l'origine	-4,723.10 ⁵	4,75
Coeff. de corrélation r	0,78	0,81
Signification de r	11,81	16,51
$z = \frac{1}{2} \log \frac{1+r}{1-r}$	9,83	10,46
$s_z = \sqrt{\frac{1}{n-1}}$	0,124	

.../...

D'où les équations de régression:

Régression Module, P/V:

$$\text{Mod} = (2,547 \times (\frac{P}{V}) - 4,72) 10^5 \text{ bars} \quad (I35)$$

Régression Log-Module, P/V:

$$\text{Log}(\text{Mod}) = 3 \times (\frac{P}{V}) + 4,75 \quad (I36)$$

Mod. s'exprimant en bars

P/V en g/cm³

Les variables z , distribuées presque normalement, ont été calculées par la même occasion ainsi que les écarts-types correspondants, pour permettre une étude comparée compte tenu de leurs dispersions, avec des cas semblables.

Il reste à déterminer les caractéristiques de fatigue et à voir dans quelle mesure elles sont liées à ces paramètres compte tenu de leurs dispersions.

5.5.5.2. - Report des points expérimentaux sur les graphiques à échelles fonctionnelles.

5.5.5.2.I. - Moyennes et médianes des ordres statistiques.

Nous utilisons pour les moyennes l'estimation citée au Chapitre 3

$$P_i = \frac{i}{n+1}$$

et pour les médianes l'estimation proposée et tabulée par L.G. JOHNSON (34).

D'où le Tableau des données 30:

.../...

Tableau des données 30

Ordre	$\varepsilon = 1,5 \cdot 10^{-4}$			$\varepsilon = 2,10^{-4}$			$\varepsilon = 3 \cdot 10^{-4}$			Estimation	
	SK_{10^5}	SV_{10^5}	SC_{10^5}	SK_{10^4}	SV_{10^4}	SC_{10^4}	SK_{10^3}	SV_{10^3}	SC_{10^3}	Moyenne P_i	Médiane P_m
1	3,53	0,56	2,24	5,32	2,01	4,25	7,2	2,55	2,7	0,0909	0,067
2	6,45	1,40	4,05	8,4	3,74	8,25	8,2	3	6	0,1818	0,2594
3	6,75	1,41	5,90	14,	3,76	19,2	11,5	4,15	15,2	0,2727	0,2594
4	7,28	2,05	6,12	14,3	4,65	12,1	11,8	5,4	16,2	0,3636	0,3557
5	7,60	2,26	7,	16,3	5,24	14,5	20,9	6,75	21,6	0,4545	0,4519
6	8,58	2,41	9,1	17,	5,52	16,7	21,5	7,05	27,3	0,5454	0,5481
7	9,57	2,75	10,8	31,3	6,22	28,5	25,	8,25	36,3	0,6363	0,6443
8	10,20	5,91	12,6	36,	6,5	35,	35,7	10,1	36,6	0,7272	0,7406
9	14,28	6,56	13,1	50,8	9,33	35,2	39,3	11,5	36,9	0,8181	0,8368
10	18,33	8,32	19,2	56,5	10,7	50,1	52,	15,2	53,	0,9090	0,9330

.../...

5.5.5.2.2. - Jugement sur graphique des lois de distribution.

L'examen des graphiques à échelles fonctionnelles 21, 22, 23, pour une loi de distribution Log-normale et 24, 25, 26, pour une loi de WEIBULL à paramètre n_0 nul à chaque niveau de déformation, montre que les deux représentations semblent convenir, avec une légère indication de l'existence d'une limite inférieure non nulle des durées de vie dans le cas de la loi de WEIBULL.

Malgré la légitimité de celle-ci, dans le domaine des études de fatigue, le faible effectif des échantillons peut fausser son application.

5.5.5.2.3. - Estimation des durées de vie distribuées suivant une loi Log-normale.

L'ajustement des points de coordonnées,

$$\left(\frac{\log N - \overline{\log N}}{\Delta \log N}, \log N \right)$$

par les droites de moindres carrés, pour chaque enrobé et à chaque niveau de déformation, a donné les résultats suivants, le coefficient de corrélation entre ces variables étant toujours supérieur à 0,99.

(suit page suivante Tableau N° 31)

.../...

Tableau N° 31

Enrobé	Défor- mation	Moyenne de N par LogN	N de LogN - δ	N de LogN + δ	N de δ LogN	Pente WÖHLER	K
SK	$1,5 \cdot 10^{-4}$	8,45 10^5	$4,95 \cdot 10^5$	$14,2 \cdot 10^5$	$4,6 \cdot 10^5$	5,5	$9,38 \cdot 10^{-16}$
	$2 \cdot 10^{-4}$	1,95 10^5	$0,78 \cdot 10^5$	$4,8 \cdot 10^5$	$2,01 \cdot 10^5$		
	$3 \cdot 10^{-4}$	1,91 10^4	$0,93 \cdot 10^4$	$3,95 \cdot 10^4$	$1,5 \cdot 10^4$		
SV	$1,5 \cdot 10^{-4}$	2,53 10^5	$1,08 \cdot 10^5$	$5,7 \cdot 10^5$	$2,31 \cdot 10^5$	5,3	$2,97 \cdot 10^{-15}$
	$2 \cdot 10^{-4}$	5,59 10^4	$3,43 \cdot 10^4$	$9,2 \cdot 10^4$	$2,9 \cdot 10^4$		
	$3 \cdot 10^{-4}$	6,42 10^3	$0,34 \cdot 10^4$	$1,13 \cdot 10^4$	$5,5 \cdot 10^5$		
SC	$1,5 \cdot 10^{-4}$	7,68 10^5	$4,1 \cdot 10^5$	$15 \cdot 10^5$	$5,5 \cdot 10^5$	5,3	$1,34 \cdot 10^{-15}$
	$2 \cdot 10^{-4}$	1,67 10^5	$0,7 \cdot 10^5$	$5,2 \cdot 10^5$	$2,3 \cdot 10^5$		
	$3 \cdot 10^{-4}$	1,9 10^4	$0,72 \cdot 10^4$	$6,8 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$		

.../...

L'alignement des points moyens, comme le montre la planche 27 diagramme (LogN, Log ϵ) est presque parfait et prouve la validité d'une loi de comportement de la forme $\text{LogN} = \text{LogK} - a\text{Log}\epsilon$

$$\text{ou} \quad N = K \epsilon^{-a} \quad \text{---(I37)}$$

$a = 5,5$ pour l'ensemble des 3 enrobés

5.5.5.2.4. - Estimation des durées de vie dans l'hypothèse d'une loi de WEIBULL.

De même l'ajustement par des droites de moindres carrés des points de coordonnées,

$$\left(\text{Log Log} \frac{1}{1 - P_m}, \text{LogN} \right)$$

nous donne les paramètres de distribution suivants ainsi que ceux des lois de comportement en fatigue, en négligeant, en première approximation les limites inférieures des durées de vie.

(suit page suivante Tableau 32)

.../...

Tableau N° 32

Enrobé	Déformation	Paramètre de forme β	Paramètre d'échelle γ	Moyenne	Pente WÖHLER	K
SK	$1,5 \cdot 10^{-4}$	2,48	$1,04 \cdot 10^6$	$9,15 \cdot 10^5$	5,3	$3,8 \cdot 10^{-15}$
	2 "	1,49	$2,77 \cdot 10^5$	$2,51 \cdot 10^5$		
	3 "	1,69	$2,61 \cdot 10^4$	$2,32 \cdot 10^4$		
SV	$1,5 \cdot 10^{-4}$	1,40	$3,68 \cdot 10^5$	$3,35 \cdot 10^5$	5,4	$8,8 \cdot 10^{-16}$
	2 "	2,24	$7,05 \cdot 10^4$	$6,24 \cdot 10^4$		
	3 "	1,95	$8,39 \cdot 10^3$	$7,89 \cdot 10^3$		
SC	$1,5 \cdot 10^{-4}$	1,78	$1,03 \cdot 10^6$	$9,06 \cdot 10^5$	5,5	$9 \cdot 10^{-16}$
	2 "	1,46	$2,38 \cdot 10^5$	$2,16 \cdot 10^5$		
	3 "	1,24	$2,92 \cdot 10^4$	$2,02 \cdot 10^4$		

La pente moyenne $a = 5,4$ est donc sensiblement la même que dans le cas d'une estimation des durées suivant une loi Log-normale. On note également les facteurs K très voisins des enrobés SV et SC, dont le bitume est obtenu à partir de bruts, de même origine; les coefficients de corrélation entre $\log \epsilon$ et $\log N$ sont très supérieurs à 0,99.

.../...

L'écart de l'estimation suivant une distribution de WEIBULL par rapport à l'estimation suivant une distribution normale est fonction du paramètre de forme.

Tableau N° 33

Enrobé	Déform.	Paramètre	Moyenne WEIBULL	Moyenne Log-norm.	Ecart	%
SK	$1,5 \cdot 10^{-4}$	2,48	$9,15 \cdot 10^5$	$8,45 \cdot 10^5$	$0,7 \cdot 10^5$	8,3
	2 "	1,49	$2,51 \cdot 10^5$	$1,95 \cdot 10^5$	$0,56 \cdot 10^5$	28,7
	3 "	1,69	$2,32 \cdot 10^4$	$1,91 \cdot 10^4$	$0,41 \cdot 10^4$	21,4
SV	$1,5 \cdot 10^{-4}$	1,40	$3,35 \cdot 10^5$	$2,53 \cdot 10^5$	$8,82 \cdot 10^5$	32,4
	2 "	2,24	$6,24 \cdot 10^4$	$5,59 \cdot 10^4$	$0,65 \cdot 10^4$	11,6
	3 "	1,95	$7,89 \cdot 10^3$	$6,42 \cdot 10^3$	$1,37 \cdot 10^3$	21,4
SC	$1,5 \cdot 10^{-4}$	1,78	$9,06 \cdot 10^4$	$7,68 \cdot 10^5$	$1,18 \cdot 10^5$	15,4
	2 "	1,46	$2,16 \cdot 10^5$	$1,67 \cdot 10^5$	$0,48 \cdot 10^5$	28,7
	3	1,24	$2,02 \cdot 10^4$	$1,90 \cdot 10^4$	$0,12 \cdot 10^4$	6,3

L'écart tend à diminuer lorsque β croît, sauf un cas singulier pour l'enrobé SC à $3 \cdot 10^{-4}$ qui a des durées de vie très dispersées. On retrouve là une propriété de la loi de WEIBULL, très dissymétrique pour les faibles valeurs de β et qui tend vers une forme proche d'une distribution normale lorsque β avoisine 4.

L'intervalle de confiance des durées de vie au seuil de 90%, encadrant la moyenne, pour un effectif de 10 et pour des valeurs simples de β est, en utilisant la distribution des ordres statistiques (34)

Valeur de β	Intervalle de confiance de m		
I	0,48 m	à	2,05 m
I,5	0,62 m	à	I,62 m
2	0,69 m	à	I,45 m

En somme il y a lieu de tenir compte des écarts entre les deux distributions de WEIBULL et Log-normale dans le cas de faibles valeurs du paramètre β de la loi de WEIBULL, c'est-à-dire dans le cas où la distribution est fortement dissymétrique.

5.5.5.2.5. - Existence d'un 3ème paramètre de la loi de WEIBULL.

Nous allons prouver par les résultats expérimentaux obtenus l'existence d'une limite inférieure des durées de vie parmi les résultats du plan d'expérience étudié au paragraphe I de ce chapitre.

Au niveau moyen de déformation $\epsilon = 2.10^{-4}$, le comportement à la fatigue de l'enrobé SK ne varie pas pour les trois temps de circulation, les moyennes de durée de vie des trois prélèvements étant sensiblement les mêmes et non significativement différentes. Il est donc pleinement justifié de considérer les 30 éprouvettes de ces trois prélèvements comme appartenant à une même population, tout au moins en ce qui concerne leur comportement en fatigue.

Ceci permet de constituer un échantillon de taille suffisante pour mettre en évidence un 3ème paramètre de la loi de distribution de WEIBULL, par un simple examen graphique et d'en déduire son estimateur comme l'indique la planche 29.

.../...

Tableau N° 34

Durées de vie classées et moyennes des ordres statistiques des 30 durées de vie MARS SK en fatigue à $\varepsilon = 2,10^{-4}$.

Ordre	Moyenne $\frac{i}{n+1}$	Durée de vie	Ordre	Moyenne $\frac{i}{n+1}$	Durée de vie	Ordre	Moyenne $\frac{i}{n+1}$	Durée de vie
I	.0,32258	3,83 10^4	II	.354838	8, 4 10^4	21	.677418	17, 10^4
2	.64516	4,05	I2	.387096	9, 3	22	.709676	17,2
3	.096774	4,13	I3	.419354	9, 9	23	.741934	18,9
4	.129032	4,35	I4	.451612	11,40	24	.774192	25,5
5	.161290	5,32	I5	.483870	12,24	25	.806450	26,
6	.193548	5,70	I6	.516128	12,75	26	.838708	31,3
7	.225806	5,73	I7	.548386	14,	27	.870966	33,2
8	.258054	6,78	I8	.580644	14,3	28	.903224	36
9	.290322	7,02	I9	.612902	15,7	29	.935482	50,8
10	.322580	8,15	20	.645160	16,3	30	.967740	56,5

.../...

Le report des points expérimentaux en supposant n_0 nul donne une courbe à concavité dirigée vers le bas, ce qui indique d'emblée la nécessité de trouver un troisième paramètre de la loi de WEIBULL, dont l'introduction permettrait d'aligner les points.

Par tâtonnement nous sommes arrivés à la valeur $n_0 = 3,6 \cdot 10^4$. L'ajustement des points

$$\left(\text{Log Log } \frac{1}{1 - P_i}, \text{ Log } (n_i - n_0) \right)$$

par la droite des moindres carrés nous donne ensuite les paramètres de la loi

$$\beta = 0,85$$

$$\eta = n_0 + 1,3 \cdot 10^5 = 1,66 \cdot 10^5 \text{ cycles}$$

et enfin à l'aide des valeurs tabulées des fonctions Γ

$$\begin{aligned} \text{moyenne} &= n_0 + (\eta - n_0) \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \\ &= (3,6 + 1,3 \times 1,0578) \cdot 10^4 = 1,78 \cdot 10^5 \text{ cycles} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{écart-type} &= (\eta - n_0) \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right)^{1/2} \\ &= 1,66 \cdot 10^5 \text{ cycles.} \end{aligned}$$

La loi de distribution des durées de vie de l'enrobé SK au niveau de déformation $\epsilon = 10^{-4}$ serait donc

$$\begin{aligned} F(n) &= 1 - \exp \left(- \left(\frac{n - n_0}{\eta - n_0} \right)^{0,85} \right) \\ F(n) &= 1 - \exp \left(- \left(\frac{n - 3,6 \cdot 10^4}{1,3 \cdot 10^5} \right)^{0,85} \right) \quad (I38) \end{aligned}$$

L'absence de l'allure brisée dans l'alignement des points expérimentaux nous indique en outre que la phase de fatigue à taux de commage décroissant serait prépondérante.

.../...

5.6 Application des essais simplifiés à l'étude d'un enrobé continu grenu

5.6.I. - Conditions d'essais et résultats.

La composition des enrobés étant rappelée au paragraphe I, trois variantes du même type d'enrobés fabriqués à partir du même bitume, différentes par le mode de fabrication, ont été étudiées en fatigue.

I plaque aux dimensions 70 x 60 x 7 cm
compactée au rouleau lisse dans un
moule à parois inclinées

I plaque aux dimensions 70 x 60 x 12 cm
compactée également au rouleau lisse

I plaque aux dimensions 50 x 30 x 12 cm
compactée par charges roulantes de
roue à pneu en trois couches

I plaque de dimensions identiques obtenue
dans les mêmes conditions en six couches.

Les deux dernières plaques, fabriquées au Laboratoire d'ESSO à MONT-SAINT-AIGNAN, donnent au total 32 éprouvettes, soit le nombre juste nécessaire.

Les deux premières ont été fabriquées au L.C.P.C., et donnent chacune 48 éprouvettes d'essai.

Les caractéristiques fonctionnelles des éprouvettes sont (moyenne et écart-type) :

(suit Tableau N° 35)

.../...

Tableau N° 35

Enrobé	Contrainte en bar	Déformation	Effectif
Plaque 70x60x7 cm	m 1,867 bar/kgf	m $7,736 \cdot 10^{-4}/\text{mm}$	47
	s 0,087	s 0,060	
Plaque 70x60x12cm	m 1,992	m $7,7 \cdot 10^{-4}$	48
	s 0,117	s 0,096	
Plaque Esso en 3 couches	m 1,932	m $7,58 \cdot 10^{-4}$	16
	s 0,026	s 0,05	
Plaque Esso en 6 couches	m 1,925	m $7,6 \cdot 10^{-4}$	16
	s 0,025	s 0,05	

Les dispersions des dimensions, au découpage, sont légèrement supérieures à celles habituellement obtenues.

Les masses volumiques apparentes P/V et les modules de rigidité à 1 bar, 10°, 30 Hz sont respectivement, pour les éprouvettes étudiées en fatigue.

Tableau N° 36

Enrobé	PV /cm ³	Module en bars	Argument	Effectif
L.C.P.C. 7cm	m	0,898 10 ⁵	23°	30
	s	0,077 10 ⁵	3	
L.C.P.C. 12cm	m	2,3106	19	30
	s	0,0509	0,8	
ESSO 3 couch.	m	2,3671	20	15
	s	0,0225	0,4	
ESSO 6 couch.	m	2,2526	20	15
	s	0,0243	0,6	

Les durées de vie, dans les conditions d'essais simplifiées, sont données par le Tableau N° 37 et leur distribution Log-normale indiquée sur les planches 30, 31, 32. (Les deux plaques ESSO ont été réunies en une même population).

Tableau N° 37 .

$\varepsilon = 1,5 \cdot 10^{-4}$			$\varepsilon = 2, 10^{-4}$			$\varepsilon = 3, 10^{-4}$		
L.C.P.C. 7	L.C.P.C. I2	ESSO	L.C.P.C. 7	L.C.P.C. I2	ESSO	L.C.P.C. 7	L.C.P.C. I2	ESSO
1) 1,01.10 ⁵	1,83.10 ⁵	0,34.10 ⁵	3,18.10 ⁴	3,6 .10 ⁴	1,3 .10 ⁴	4,15.10 ³	6,4 .10 ³	4,9 .10 ³
2) 1,14 "	1,92 "	0,56	3,25	5,04	1,9	7,2	9,6	5,4
3) 1,20 "	2,14 "	0,79	4,2	5,85	2,25	8,3	10,	5,9
4) 1,26 "	2,33 "	0,91	4,34	6,12	2,9	9,75	11,9	6,05
5) 1,27 "	2,335 "	0,95	4,57	6,30	3,	10,6	12,1	6,1
6) 1,67 "	2,34 "	0,96	4,59	7,74	3,02	11,2	13,7	6,2
7) 1,88 "	2,48 "	1,	5,2	8,28	3,1	13,35	15,6	6,3
8) 2,26 "	2,63 "	1,1	6,05	9,36	3,4	14	15,8	6,5
9) 2,79 "	3,51 "	1,16	8,25	9,72	3,7	15,2	17,5	6,6
10) 2,80 "	3,51 "	1,2	10	10,44	4,2	23,2	17,6	

Les moyennes des durées de vie dans l'hypothèse d'une loi Log-normale sont

1,6.10 ⁵	2,4. 10 ⁵	0,9 .10 ⁵	5.10 ⁴	7,10 ⁴	2,8.10 ⁴	1,1.10 ⁴	1,25.10 ⁴	0,6.10 ⁴
---------------------	----------------------	----------------------	-------------------	-------------------	---------------------	---------------------	----------------------	---------------------

.../...

L'alignement parfait des moyennes des durées de vie pour les trois niveaux de déformation pour chaque variante d'enrobé dans le plan, $\text{Log } \epsilon - \text{Log } N$

$$N = K_I \epsilon^{-4,1} \quad \text{pour la plaque L.C.P.C. 12 cm}$$

$$N = K_2 \epsilon^{-3,5} \quad \text{pour la plaque L.C.P.C. 7 cm}$$

$$N = K_3 \epsilon^{-2,9} \quad \text{pour la plaque ESSO.}$$

Les durées de vie aux trois niveaux d'amplitude de déformation sont significativement différentes pour les plaques.

ESSO, L.C.P.C. au seuil de 5% et même

ESSO, L.C.P.C. 12cm au seuil de 1%.

Par contre les différences entre les deux plaques L.C.P.C. ne sont significatives qu'au seuil de 10%.

Comme l'indique la planche 34 nous signalons qu'une des raisons qui décident et conduisent à retenir l'estimation des durées de vie selon une distribution Log-normale, est l'allure brisée des droites ajustant les points expérimentaux dans un diagramme de WEIBULL aux déformations

$$\epsilon = 2.10^{-4} \quad \text{et} \quad 3.10^{-4}$$

pour l'échantillon L.C.P.C. 7 cm. Pour ces cas la loi de distribution de WEIBULL serait de la forme

$$F(n) = F_I(n) \times F_2(n) \quad (I39)$$

où $F_I(n)$ et $F_2(n)$ elles-mêmes sont des fonctions de distribution de WEIBULL à un seul paramètre de forme β .

$$\begin{aligned} F_I(n) &= 1 - \exp \left(- \left(\frac{n - n_1}{\eta_1 - n_1} \right)^{\beta_1} \right) \\ F_2(n) &= 1 - \exp \left(- \left(\frac{n - n_2}{\eta_2 - n_2} \right)^{\beta_2} \right) \end{aligned} \quad (I40) \quad \dots/\dots$$

.5.6.2. - Interprétation.

Il résulte de ces résultats les constatations suivantes:

les dispersions des durées de vie sont relativement faibles par rapport à celles des formules d'enrobé prélevées sur route puisqu'il y a seulement un rapport de 1 à 3 environ entre les valeurs extrêmes des durées de vie relatives à chaque niveau de déformation.

- on a observé un cas d'allure brisée en représentation de WEIBULL, qui rend difficile l'interprétation des résultats.
- une loi de comportement de la forme $N=K^{-a}$, pour l'intervalle de considéré, est vérifiée.
- les durées de vie plus faibles des échantillons ESSO compactés par des roues à pneu, par rapport à celles compactées au rouleau lisse au L.C.P.C. pourraient s'expliquer par leurs modules de rigidité légèrement supérieurs à ceux des autres échantillons.
- les 3 variantes de la formule NOUBLEAU C continue-grenue ont toutes une résistance à la fatigue inférieure à celle des enrobés de Marseille, plus riches de sable, quelque soit le niveau de déformation; cette infériorité est d'autant plus sensible que le niveau de déformation est faible.
- les faibles pentes des droites de durée de vie montrent que cette formule continue-grenue est relativement moins sensible aux variations de niveaux de déformation que les enrobés de Marseille.

.../...

5.7 Etude de la propriété d'autoréparation en fonction des deux paramètres temps et température

L'autoréparation après rupture par fatigue à contraintes constantes a été étudiée en Laboratoire par SAULNIER: nous allons l'étudier suivant deux modes différents de fatigue, dans les conditions suivantes:

L'enrobé étudié provient des prélèvements de Marseille après 18 mois de trafic, le bitume étant SV.

la rupture conventionnelle en fatigue à contrainte constante est définie par l'augmentation de la flèche en cours de fatigue jusqu'à 100% de sa valeur initiale, celle en fatigue à déformation constante définie par la diminution de 50% de la force initiale nécessaire pour imposer la déformation.

les durées des pauses sont, , soit d'une nuit, soit d'un week end. Les températures correspondantes sont de 10° et 30°.

des mesures de modules complexes avant fatigue (AVF) et après pause (APP) permettent de définir l'effet de la fatigue suivie d'une pause.

5.7.I. - Essais à contraintes constantes

$$\sigma = 14 \text{ bars, à } 10^{\circ}, 30 \text{ Hz}$$

(suit Tableau N° 38)

.../...

Tableau N° 38

N° éprou- vette	76 9	76 15	76 7	76 10	76 11	76 12	76 13	76 17	85 4	85 5
durée de vie en 10^4 cycles	20,7	11,73	12,60	12,52	6,48	18	15	9,19	13,2	6,2
Temps de pau- se (heures)	48	48	17	17	17	17	17	17	17	17
Tempéra- ture de pause	30°	10°	30°	30°	30°	30°	10°	10°	10°	10°
durée de vie sup- plemen- taire pour autoris- ation en 10^4 cy- cles	13,8	9,45	8,55	7,38	2,4	11,07	1,8	0,63	2,02	0,3
en % de la durée de vie initiale	67	81	68	59	37	62	12	12	15	6
Mod.AVF en 10^5 bars	1,349	1,163	1,198	1,123	1,123	1,274	1,124	1,091	0,89	0,8
Mod.APP en 10^5 bars	1,125	1,093	1,197	1,123	1,135	1,349	1,136	1,195	1	0,8
Diminu- tion du module	0,224	0,07	0,001	0	-0,012	-0,075	-0,012	-0,104	0,11	0

.../...

Il en résulte que dans ce mode de fatigue une pause d'une nuit à la température assez basse de l'essai de fatigue (10°) est insuffisante pour permettre l'auto-réparation.

Par contre une pause de longue durée permet une récupération en durée de vie assez importante.

Une température plus élevée durant la pause (30°) est également très favorable à l'auto-réparation.

5.7.2. - Essais à déformation constante à

$$\varepsilon = 2.10^{-4} , 10^{\circ} , 30 \text{ Hz}$$

(suit page 102

le Tableau N° 39)

.../...

Tableau N° 39

N° éprou- vette	85 15	85 2	85 16	85 3	85 10	76 14	85 11	85 12	85 8	85 1
Durée de vie en 10 ⁴ Cycles	7,66	5,92	7,52	1,50	7,05	5,40	9,25	9,95	7,65	9,7
Temps de pause (heures)	48	48	17	17	17	17	17	17	17	17
Tempéra- ture de pause	30°	10°	30°	30°	30°	30°	10°	10°	10°	10°
Durée de vie sup- plément- aire par au- to répa- ration en 10 ⁴ cycles	5,47	1,89	3,71	0,8	2,82	1,77	2,29	3,13	5,3	3,2
en % de la durée de vie initiale	70	32	49	53,3	40	33	25	31	69	33
Contra- inte max AVF et APP en bars	23,5	23,8	22,1	24	24,4	22,70	24,3	23,5	23,5	23,4
	24,8	22,5	21,8	23,4	23,7	23,10	22,3	21	22,5	23,5
Diminu- tion	-1,3	1,3	0,3	0,6	0,7	-0,4	2	2	1	-0,1
Mod.AVF en bars 10 ⁵	1,32	1,1	1,12	1,12	1,15	1,16	1,72	1,09	1,31	1,16
Mod.APP en bars 10 ⁵	0,90	1,07	1,10	1,10	1,16	1,09	1,32	1,04	1,22	1,13
Diminu- tion	0,38	0,03	0,02	0,02	-0,01	0,07	0,40	0,05	0,09	0,0

Dans ce mode de fatigue l'autoréparation est plus importante, dans les mêmes conditions de temps de pause et de température, que dans le mode de sollicitation à contrainte constante, à la température de 10°

Les variations des modules complexes, et de la rigidité de la structure définie par les valeurs de contraintes nécessaires pour obtenir des déformations imposées, sont négligeables malgré une légère tendance à la décroissance.

Il résulte de ces taux de récupération à la fois en rigidité et dans le domaine linéaire (module complexe) que la structure ayant subi de grands dommages récupère complètement sa rigidité mécanique après une durée de pause de quelques heures, après fatigue à déformation constante comme après fatigue à contrainte constante.

Par contre les taux de récupération en durées de vie dépendent à la fois du temps de pause et de la température pendant la pause, ce dernier facteur étant plus sensible après des cycles de fatigue à contraintes imposées.

Ceci met en évidence l'intérêt qu'il y aurait à retenir un mode de fatigue par impulsions répétées, séparées par des durées de pause variables pour s'approcher des conditions de fatigue réelles sur route.

On en déduit que le mode de sollicitations sinusoïdales en laboratoire va dans le sens de la sécurité en faisant travailler les matériaux bitumineux dans les conditions les plus défavorables.

Il faudrait également déterminer le rôle du paramètre fréquence.

.../...

5.8 Application des essais de PROT à l'étude du comportement en fatigue

Des échantillons d'éprouvettes provenant des prélèvements après 30 mois de trafic de la planche de Marseille ont été utilisés pour cette étude.

5.8.1. - Les conditions d'essai.

Les performances limitées de la chaîne de fatigue nous ont obligé à rompre les éprouvettes à une température de 20° et à une fréquence de 30 Hz, pour lesquelles le module de rigidité des enrobés est suffisamment faible.

Le dispositif actuel des essais de PROT nous limite également à 4 vitesses de montée en charge de l'ordre de $0,2 \cdot 10^{-3}$ bar par cycle à $4 \cdot 10^{-3}$ bar par cycle. 10 répétitions ont été effectuées pour tenir compte de l'hétérogénéité des matériaux à chaque vitesse.

5.8.2. - Les résultats.

Des essais sur les enrobés à liant de bitume SK et SC respectivement ont donné les résultats consignés dans les Tableaux N° 40, N° 41 où figurent également les résultats des traitements des données. Ceux-ci vont nous permettre les 3 études suivantes:

- détermination d'une limite d'endurance, qui n'est une limite d'endurance véritable que s'il n'y a pas accoutumance des matériaux.
- étude comparée du comportement des deux enrobés sous charges à amplitude croissante.
- étude de corrélation entre les contraintes à la rupture, les modules de rigidité E et les masses volumiques apparentes P/V .

Nous supposons les σ_R gaussiennes afin de faciliter les études de corrélation.

.../...

vitesse a = 3,4.10 ⁻³						a = 2.10 ⁻³						10 ⁻³						0,18 10 ⁻³					
bar/c						bar/c						bar/c						bar/c					
N°	P/V	Mod. 104 bar	R bar	N°	P/V	Mod. 104 bar	R bar	N°	P/V	Mod. 104 bar	R bar	N°	P/V	Mod. 104 bar	R bar	N°	P/V	Mod. 104 bar	R bar	N°	P/V	Mod. 104 bar	R bar
109 2	2,133	4,56	16,53	109 3	2,154	4,63	13,45	109 4	2,141	4,56	11,70	109 5	2,296	6,75	10,62	109 6	2,249	7,29	10,86	109 7	2,251	6,04	10,89
109 3	2,218	5,33	17,90	109 6	2,229	5,53	16,89	109 8	2,295	5,43	14,71	109 9	2,295	6,22	11,45	109 10	2,229	6,72	11,92	109 11	2,224	7,17	11,51
109 9	2,213	5,97	19,55	119 10	2,241	7,23	17,04	109 11	2,219	6,70	15,55	109 12	2,223	5,76	16,01	109 13	2,232	7,22	11,79	109 14	2,242	7,23	11,92
109 5	2,257	6,66	20,45	119 3	2,226	7,02	18,67	109 14	2,260	7,61	17,82	109 15	2,258	7,07	12,39	109 16	2,234	7,51	18,46	109 17	2,292	6,89	12,73
109 12	2,252	6,66	20,85	109 10	2,229	6,78	18,85	109 16	2,251	7,45	20,47	109 17	2,141	7,67	17,87	109 18	2,234	7,51	18,46	109 19	2,292	6,89	12,73
109 15	2,242	7,54	21,22	119 6	2,223	6,97	19,19	109 13	2,226	6,71	20,06	109 14	2,260	7,61	17,82	109 15	2,258	7,07	12,39	109 16	2,234	7,51	18,46
119 2	2,251	6,42	22,25	109 13	2,226	6,71	20,06	109 16	2,251	7,45	20,47	109 17	2,141	7,67	17,87	109 18	2,234	7,51	18,46	109 19	2,292	6,89	12,73
119 11	2,241	7,14	22,38	109 16	2,251	7,45	20,47	109 13	2,226	6,71	20,06	109 14	2,260	7,61	17,82	109 15	2,258	7,07	12,39	109 16	2,234	7,51	18,46
119 9	2,255	7,27	22,75	119 13	2,231	7,35	21,68	109 14	2,260	7,61	17,82	109 15	2,258	7,07	12,39	109 16	2,234	7,51	18,46	109 17	2,292	6,89	12,73
119 15	2,244	7,55	23,48	119 16	2,253	7,49	22	109 14	2,260	7,61	17,82	109 15	2,258	7,07	12,39	109 16	2,234	7,51	18,46	109 17	2,292	6,89	12,73
Moyenne	2,227	5,56	20,66		2,225	6,727	18,83		2,210	6,370	15,647		2,252	6,952	11,623		2,252	6,952	11,623		2,252	6,952	11,623
Ecart-type	0,055	0,981	2,481		0,027	0,918	2,55		0,040	1,052	2,050		0,024	0,337	0,69		0,024	0,337	0,69		0,024	0,337	0,69
Coeff. de variation	0,018	0,150	1,20		0,010	0,140	0,13		0,020	0,165	0,130		0,012	0,064	0,06		0,012	0,064	0,06		0,012	0,064	0,06
Coeff. de corr. r (Mod. 5 ^R)		0,925	6,88			0,841	4,39																
Signification de r																							
Coeff. de corr. (P/V, 5 ^R)		0,856	4,68		0,713	2,87			0,486	1,57													
Signification																							

.../...

Vitesse $a = 4.10^{-3}$ bar/cycle				$a = 1,7.10^{-3}$ bar/cycle				$a = 10^{-3}$ bar/cycle				$a = 0,022.10^{-3}$ bar/cycle				
N°	P/V	Mod. IO4 bars	R bar	N°	P/V	Mod. IO4 bars	R bar	N°	P/V	Mod. IO4 bars	R bar	N°	P/V	Mod. IO4 bars	R bar	
I2812	2,097	6,302	17	I43 3	2,189	4,02	12,10	I28 8	2,177	5,82	12,03	I241	2,193	5,69	5,22	
I2815	2,182	6,150	17,1	I4310	2,266	5,84	12,53	I2814	2,183	5,40	12,00	I245	2,226	6,23	6,33	
I28 9	2,209	6,120	17,2	I2810	2,205	6,16	12,55	I4311	2,228	5,66	12,32	I211	2,216	5,84	5,57	
I28 2	2,205	6,200	17,4	I28 3	2,193	6,29	13,50	I2816	2,194	6,64	12,44	I243	2,227	5,67	6,83	
I4312	2,215	6,200	17,65	I2813	2,193	5,58	13,90	I2811	2,200	5,85	12,52	I242	2,239	6,05	7,06	
I28 5	2,355	6,070	18,	I28 6	2,200	5,64	14,50	I287	2,198	6,35	12,7	I247	2,236	6,25	7,16	
I43 5	2,274	6,280	18,2	I43 6	2,276	5,59	14,60	I284	2,200	5,89	12,78	I245	2,233	6,14	7,23	
I43 2	2,414	5,970	18,3	I4317	2,243	6,17	15,10	I434	2,118	6,04	13,05	I249	2,269	6,13	7,26	
I43 9	2,545	5,950	18,4	I4313	2,262	5,75	15,32	I43 7	2,201	6,04	13,33	I244	2,243	5,90	7,43	
I4315	2,627	6,370	19,6	I2817	2,194	5,30	15,45	I4314	2,298	6,23	14,5					
Moyenne	m	2,308	6,112	17,83		2,223	5,634	13,95		2,209	5,86	12,79		2,235	5,37	6,79
Part-type	s	0,165	0,143	0,77		0,034	0,648	0,12		0,053	0,286	0,75		0,026	1,98	0,68
Coeff. de var.	s/m															
Coeff. de corr. r (Mod. σ_R)			0,65				0,26				0,66				0,060	
Signification de r			2,41				0,78				2,46				0,159	
Coeff. de corr. $(P/V, \sigma_R)$			0,95			0,245				0,65				0,78		
Signification			8,3			0,72				2,4				3,4		

.../...

5.8.3. - Détermination d'une limite d'endurance.

Dans l'hypothèse d'une loi de comportement de la forme

$$\sigma_R - \sigma_e = K a^m$$

$$\text{ou } \text{Log} (\sigma_R - \sigma_e) = \text{Log } K + m \text{Log } a$$

il s'agit de déterminer σ_e et m à partir des valeurs de σ_R et a expérimentales, par une méthode numérique d'approximation successive ou par un procédé graphique. Compte-tenu de l'effet de l'accoutumance sous charge progressive sur la limite d'endurance, la précision d'une estimation graphique nous semble suffisante.

La planche 37 nous indique les positions des points expérimentaux

$$(\text{Log}(\sigma_R - \sigma_e), \text{Log } a)$$

et des points

$$(\text{Log}(\sigma_R - \sigma_e), \text{Log } a)$$

de la droite ajustée par l'introduction de σ_e , par tâtonnement, respectivement pour les deux enrobés, dans un système de coordonnées bilogarithmiques.

Il en résulte les lois de comportement suivantes:

$$\sigma_R - 11 = C a^{0,92} \quad \text{pour l'enrobé SC}$$

$$\sigma_R - 7 = K a^{0,4} \quad \text{pour l'enrobé SK}$$

σ_R s'exprimant en bars

et a en bar par cycle,

la loi de comportement proposée par PROT pour les métaux étant:

$$\sigma_R - \sigma_e = k a^{0,5}$$

Un fait évident est que les limites d'endurance ainsi obtenues sont excessivement grandes. En effet, à la température de 20° et à la fréquence de 30 cycles/S, l'enrobé SC soumis à des charges sinusoïdales de 11 bars d'amplitude maximale, serait rompu vers les 105 cycles

.../...

et l'enrobé SK aurait une durée de vie de l'ordre de 10^6 cycles à 9 bars de contraintes.

Nous en déduisons l'existence de la propriété d'accoutumance des enrobés prévue d'ailleurs par leur aptitude à l'autoréparation après des dommages de fatigue, ainsi que celle d'une limite d'endurance fonction de la vitesse d'évolution des contraintes. D'autre part la relation $m = \frac{9}{1+6}$ n'est vérifiée dans aucun cas, démontrant ainsi que la loi additive de MINER ne s'applique pas aux enrobés

5.8.4. - Etude comparée des 2 enrobés SK et SC.

Nous retrouvons les résultats du meilleur comportement de l'enrobé SK par rapport à l'enrobé SC en fatigue à amplitude de contrainte constante trouvés sur les enrobés non soumis à circulation, comme l'indiquent les Tableaux 41 et 42 où les contraintes à la rupture pour l'enrobé SK sont supérieures à celles de SC, à toutes les vitesses d'évolution.

A une vitesse d'évolution de $a = 10^{-3}$ bar par cycle, le rapport des contraintes à la rupture est

$$\frac{\sigma_R (SK)}{\sigma_R (SC)} = \frac{15,95}{12,80} = 1,25$$

Faisons l'hypothèse que dans des essais à amplitude de contrainte constante, le rapport des contraintes conduisant à une même durée de vie pour les deux enrobés, soit également 1,25, rapport des contraintes à la rupture dans un essai de PROT.

Soit les deux lois de comportement

$$N = k_1 \sigma^{-5} \quad \text{pour l'enrobé SC}$$

$$N = k_2 \sigma^{-5} \quad \text{pour l'enrobé SK}$$

l'hypothèse faite se traduit par la relation

$$N = k_1 \sigma^{-5} = k_2 (1,25 \sigma)^{-5}$$

$$\text{d'où} \quad k_2 = (1,25)^5 k_1$$

ce qui montre que pour une même contrainte constante la durée de vie de l'enrobé SK est égale à

$(1,25)^5 = 3,2$ fois la durée de vie de l'enrobé SC. Ce résultat est confirmé par des essais en laboratoire.

.../...

5.8.5. - Etude de corrélation entre les σ_R , E et P/V.

Au contraire de l'étude de corrélation entre ces grandeurs, lors des essais à amplitudes de sollicitations constantes, qui a montré des corrélations non significatives des E et P/V avec les durées de vie, à cause des dispersions des essais de fatigue, des résultats plus cohérents ont été obtenus avec les contraintes de rupture de l'essai de PROT, comme l'indiquent les dernières lignes des Tableaux 40 et 41.

D'abord les dispersions des σ_R à chaque taux d'évolution de contraintes sont très faibles devant les dispersions habituelles en durées de vie.

Ensuite les corrélations entre σ_R et E sont très significatives, sauf dans le cas où les dispersions des erreurs de mesures dépassent celles des caractéristiques des matériaux.

Les corrélations entre masses volumiques P/V et σ_R sont également significatives mais semblent moins bonnes, ce qui d'ailleurs est normal, les mesures de module et de σ_R étant faites dans des conditions identiques et par le même appareillage.

Les corrélations entre les P/V et LogE de l'ensemble des échantillons sont également significatives pour chaque enrobé.

Pour l'enrobé SK la relation est

$$\text{Log}(\text{Module}) = 2,219 \times (\text{P/V}) + 6,139$$

Les modules s'exprimant en bars des
P/V en g/cm³

Le coefficient de corrélation en est

$$r = 4,3$$

et la variable de STUDENT correspondante est

$$t = 4,3$$

Enfin des études de corrélations dans l'hypothèse d'une loi Log-normale à la fois pour les modules et les σ_R ont conduits sensiblement aux mêmes résultats. Par ailleurs le report des points expérimentaux dans des graphiques à loi de WEIBULL (Pl. 38) montre que l'approximation normale est parfaitement justifiée, les valeurs des paramètres de forme β sont toutes très élevées.

.../...

Chapitre 6

SYNTHESE

De l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus avec le mode de fatigue en flexion sinusoïdale des consoles à profil trapézoïdal de bétons bitumineux, un certain nombre de constatations ont été faites et des conclusions en ont été tirées.

Ceci constitue une contribution importante à la connaissance du comportement des enrobés en fatigue à amplitude de déformation imposée, de leur aptitude à l'autoréparation dans ce mode de fatigue, et de leur comportement en fatigue à amplitude de charges croissantes.

Elle débouche directement sur des applications pratiques pour lesquelles le mode de sollicitations à déformation constante s'applique.

Nous espérons voir, dans un proche délai, se confirmer l'intérêt des essais de PROT dans l'étude des matériaux routiers autres que les bétons bitumineux, pour lesquels l'absence de propriétés d'accoutumance, et d'autoréparation, faciliterait la détermination expérimentale de leur limite d'endurance, inaccessible par des essais habituels, à amplitude de charge constante à cause des grandes dispersions prévisibles et du temps nécessaire aux essais.

6.1 Comportement à amplitude de contrainte constante

Nous retrouvons les lois de comportement, obtenues par ailleurs, où la susceptibilité des enrobés, due à la présence du liant de bitume, joue un rôle très favorable vers les basses températures, à fréquence de sollicitations égales, grâce à des valeurs très élevées du module de rigidité.

Le grand inconvénient de ce mode de fatigue, si on ne travaille pas en impulsions séparées par des intervalles de temps juste suffisant pour éviter, à la fois

.../...

l'échauffement interne et l'autoréparation, est le processus accéléré de fatigue qu'il entraîne, et qui est du en grande partie à l'échauffement interne qui tend à diminuer le module de rigidité.

6.2 Autoréparation des enrobés

Elle existe aussi bien pour le mode de fatigue à contrainte constante que pour celui à déformation imposée.

Elle permet à une structure endommagée de retrouver entièrement sa rigidité de départ ainsi que de récupérer; partiellement ou totalement, moyennant un temps de pause et une température suffisants, sa résistance à la fatigue. La condition de température suffisamment élevée est pratiquement irréalisable dans la réalité et limite ainsi la portée pratique de cette aptitude intéressante des bétons bitumineux.

6.3 Comportement en fatigue à déformation déposée

L'intérêt d'un tel mode de sollicitation en fatigue est d'abord, du point de vue du travail des chaussées souples imposant des déflexions aux couches de bétons bitumineux de surface, de contribuer à une meilleure connaissance des enrobés en déformation de flexion répétée et, ensuite, du point de vue de la formulation des enrobés, de faire une étude comparée de différents types jugés intéressants, notamment par leur résistance à la traction, au fluage.

Enfin il s'applique à des études particulières d'évolution sous trafic, par vieillissement du liant de bitume, de plan d'expérience...

Les essais effectués sur deux types de formules d'enrobés, dont l'un du chantier expérimental de Marseille, riche en sable, et l'autre, destiné aux couches de surface de chaussées à trafic rapide, de granulométrie continue-grenue, ont montré deux comportements nettement différents par la position respective des droites de durée de vie.

.../...

Les enrobés du type "chantier de Marseille" par la pente des droites de durée de vie, sont plus sensibles aux variations d'amplitude de déformation.

Les enrobés continus-grenus de "La Noubleau" le semblent moins et pourraient avoir des déformations à la rupture au premier chargement supérieures, bien que leur comportement à la rupture en fatigue soit nettement inférieur, et cela malgré des valeurs du module de rigidité à 1 bar, 10°, 30 Hz plus faibles.

Par contre pour les trois variantes d'enrobés de Marseille la formule la moins rigide, à liant de bitume SC, présente un meilleur comportement à la fatigue.

La nature du liant de bitume SK confère à l'enrobé SK une résistance à la fatigue supérieure à celle de l'enrobé à liant de bitume SV, les deux bétons bitumineux ayant sensiblement le même module de rigidité à 1 bar, 10°, 30 Hz.

Par contre, sous charges à amplitude constante, l'enrobé SC résiste moins bien que les autres variantes par suite de son module plus faible.

6.4 Comportement sous charges progressives

En supposant que les trois enrobés aient les mêmes aptitudes à l'autoréparation et à l'accoutumance sous charges, on peut prévoir, à partir des résultats précédents, que l'enrobé SK aura des résistances à la rupture, avec les mêmes vitesses d'évolution des contraintes, supérieures à celles de l'enrobé SC, et cela dans une large gamme de vitesses d'évolution. C'est effectivement ce que l'on constate.

Le fait que les valeurs de limites d'endurance, déduites de ces essais de PROT, soient excessivement élevées implique l'existence de la propriété d'accoutumance sous charges progressives, bien connues des métallurgistes sous le nom d' "understressing", faussant la détermination expérimentale de ces résistances limites.

La méthode expérimentale introduite pour l'étude des enrobés est valable quand il s'agit de vouloir connaître à la fois le comportement en rupture au premier chargement et le comportement en fatigue, de façon qualitative et même de façon quantitative en corrélation avec d'autres propriétés mécaniques.

.../...

6.5 Lois de comportement proposées

Par notre critère de rupture dans les essais à déformation imposée nous avons implicitement supposé une limite inférieure des durées de vie de l'ordre de $n_0 = 10^3$ cycles; pour l'ensemble des valeurs expérimentales les lois de comportement vérifiées sont donc de la forme

$$N - N_0 = K \epsilon^{-a} \quad (I45)$$

L'existence d'une limite d'endurance à contrainte imposée, σ_e entraîne une grandeur homologue en déformation imposée ϵ_e . Il est normal de considérer la valeur limite N_0 comme dépendante de l'amplitude des déformations. Ce qui nous conduit à proposer une loi de comportement:

$$N - N_0(\epsilon) = K (\epsilon - \epsilon_e)^{-a} \quad (I46)$$

$N_0(\epsilon)$ pourrait être la valeur trouvée pour le troisième paramètre de la loi de WEIBULL

K facteur qui tient compte de la composition de l'enrobé
et a exposant dépendant des types d'enrobé

Nous pensons avoir montré l'existence d'une limite d'endurance pour les enrobés, mais sans pouvoir en fournir des valeurs numériques valables.

6.6 Lois de distribution proposées

Dans le but de faciliter l'estimation des moyennes des durées de vie, nous proposons en général, pour des échantillons de faible effectif, une distribution Log-normale ayant l'avantage de permettre des études de corrélation et de régression linéaire avec d'autres propriétés mécaniques qui sont normalement ou log-normalement distribuées.

Dans les autres cas une loi de distribution de WEIBULL à 3 paramètres est proposée, de la forme

$$F(n) = 1 - \exp \left(- \left(\frac{n - n_0}{\eta - n_0} \right)^{\beta} \right) \quad (I47)$$

.../...

où n_0, η, β sont fonctions des amplitudes de sollicitation.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Les contraintes de flexion ainsi que les déformations correspondantes ne sont pas les seules subies par les couches de bétons bitumineux des chaussées. Mais la réalité complexe et les possibilités limitées à la fois de nos moyens et de nos connaissances actuelles nous ont obligé à nous attaquer à des problèmes simples afin d'obtenir des résultats essentiels dans un délai raisonnable, de façon à contribuer ainsi à la recherche des meilleures formules d'enrobé utilisables.

L'expérience acquise, tant dans l'appareillage que dans l'analyse des résultats, tant dans la connaissance des matériaux que dans le mécanisme de fatigue va nous permettre d'aborder d'autres modes de fatigue avec des sollicitations telles que traction-compression alternées, cisaillement, charges impulsionsnelles de manière efficace.

L'analyse rationnelle des résultats nous a permis, non seulement de tirer le maximum d'informations des laborieux essais mais également de nous aider à nous libérer de l'empirisme sclérosant des essais de fatigue.

Les méthodes d'essais que nous continuons à exploiter ne sont pas certes, universelles et sans critiques, mais elles sont suffisantes pour une étude systématique de formulation en ce qui concerne le comportement en flexion alternée à déformation imposée des bétons bitumineux.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- I O.J. PORTER Foundations for flexible pavements
Proc. Highway Res. board, Vol 22, 1942,
pp. 100 - 123.

- 2 L.W. NIJBOER and C. VAN DER POEL A study of vi-
bration phenomena in asphaltic road cons-
tructions. Proc. Assoc. Asphalt Paving
Tech. Vol 22, 1953, pp. 197 - 231.

- 3 F.N. HUEEM Pavement de flections and fatigues failures
Highway Research Board Bulletin 114, 1955,
pp. 43 - 73.

- 4 HIGHWAY RESEARCH BOARD The W.A.S.H.O. road test ;
Part 2 : test data, analyses, spécial
Report 22, 1955.

- 5 HIGHWAY RESEARCH BOARD The A. A. S. H. O. Road Test;
Report 5, Pavement Research. Special Report
61 E 1962.

- 6 R.N.J. SAAL and P.S. PELL Fatigue of bituminous
road mines Kolloid Zeitschrift Bd 171
Heft I, 1960, pp.66 - 71.

- 7 P.S. PELL, P.F. MC CARTHY, R.R. GARDNER Fatigue des
bitumes et des enrobés Int. J. Mech. Sir.
Pergamon Press Ltd 1961, Vol 3, pp.247 - 267.

- 8 P.S. PELL Fatigue des matériaux bitumineux dans les
chaussées souples Proc. Inst. Civ. Eng.
London 1965.

- 9 MONISMITH and DEACON Fatigue de flexion sous charges
combinées Highway Research Board Number
258, 1967.

- 10 J.D. FERRY et C° Temperature dependance of dynamic properties
of elastomers IND. and CHEM. Avril 1952
pp. 703 - 706.

.../...

- I1 A.V. TOBOLSKY Time. Temperature superposition of viscoelastic polymers in the transition zone 5. of Applied Physics 27, 673, 1956.
- I2 O. NOKADA A note on the time-temperature reducibility of the relaxation and retardation spectra J. of Phys. Soc. Japon I2, 1218, 1957.
- I3 M.L. WILLIAMS, R.F. LANDEL et J.D. FERRY The temperature dependance of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass forming liquids J. of Ass. Chem. Soc. 77 Juillet 1955 no. 3701.
- I4 P.E. ROUSE A theory of linear viscoelastic properties of dilute solutions of coiling polymers. J. of Chem. Phys. Vol. 21. N° 7. Juillet 1953 pp I272 - I280.
- I5 O. SAYEGH et A. DAMONGEOT Sur les propriétés visco-élastiques des bitumes purs et de bitumes fillerisés. Compte rendu interne Laboratoire Central des Ponts et Chaussées. Juin 1967.
- I6 VAN DER POEL A general system describing the viscoelastic properties of bitumeus and its relations to routine est data. J. of App. Chem. Vol 4 P. 5 (5) 1954.
- I7 C. HUET Etude par une méthode d'indépendance du comportement viscoélastiques des matériaux hydrocarbonés. Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris 1963.
- I8 O. SAYEGH Mise contribution à l'étude des propriétés viscoélastiques des bitumes purs et des bétons bitumineux. Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris 1965.
- I9 SOLEIMANI Etude sur le comportement viscoélastique des Matériaux Bitumineux par la méthode de fluage. Thèse présentée à la Faculté des Sciences de Paris 1965.

- 20 PERSOZ Introduction à la Théologie
DUNOD Paris 1960.
- 21 J. MANDEL Application du calcul opérationnel à l'étude
des corps viscoélastiques (Cahier du Groupe
Français d'Etudes de Rhéologie T. III N° 4
1958.).
- 22 L.C.E. STRUICK Free damped vibrations of linear viscoelastic
materials Rheologica Acta Vol. 6 N° 2
pp. 119 - 129. Mai 1967.
- 23 NICHOLAS T. HELLER R.A. Determination of the complex shear
modulus of a filled elastomer from a vibra-
ting sandwich beam J. Soc. Experim. Stress
Analysis March 1967 pp. 110 - 115.
- 24 W. H. GOETZ, J. F. MC LAUGHLIN and L. E. WOOD road défor-
mation characteristics of bituminous mixtures
under various conditions of roading. Proc.
Asphalt Paving Tech. Vol. 26, 1957, pp.237-296.
- 25 C.L. MONISMITH and K. E. SECOR Thixotropic characteristics
of asphaltic paving mixtures with reference
to behaviour in repeated woding.
Proc. Asphalt Paving Tech. Vol.29, 1960,
PP. 114 - 140.
- 26 JOHN A. DEACON et CARL L. MONISMITH Laboratory Flexural.
Fatigue Testing of Asphalt. Concrete with
Emphasis on Compound - Loading Tests.
Slighway Research Board N° 158 pp.1 - 31
1967.
- 27 P. BAZIN et J. SAUNIER Essais de fatigue sur enrobés
bitumineux. Revue Générale des Routes
Novembre 1965 pp. 75 - 81.
- 28 EUGENE La fatigue des structures. Compte-rendu de
recherches Sud Aviation Avril 1962.
- 29 GOMBEL E.J. Statistics of extremes. Columbia Univer-
sity Press 1958.

- 30 A. BARELLA Note sur l'application de la distribution de WEIBULL. Revue de Statistique Appliquée 1968 Vol XVI N°2.
- 31 SCHUTZ R.A. et EXBRAYAT P. Résistance à l'abrasion des fils. Bull. Inst. Text. France 129 pp. 255 - 274 1966.
- 32 IPSEN J. and JERNE N.K. Graphical evaluation of the distribution of smalt experimental series. Acta Path. Microbiol. Scand. 1944.
- 33 BLOOM Statistical Estimates and Transformed Beta Variable. Stockholm 1958.
- 34 L. G. JOHNSON The Statistical Treatment of fatigue Experiments Elsevier Publishing Company 1964.
- 35 M. LOCAS, P. BAZIN et SAULNIER Essais de fatigue sur enrobé bitumineux. Revue générale des Routes Novembre 1965.
- 36 Marcel PROT L'essai de fatigue sous charge progressive Annales des Ponts et Chaussées Juillet-Aout 1948.
- 37 EPSTEIN et SOBEL Life Testing. Journal of the American Statistical Association 1953 Vol.48 PP. 456 - 502.
- 38 E. MAURICE Quelques problèmes d'estimation relatifs à la loi de WEIBULL Revue de Sta. Appl. 1968 Vol. XVI N°3.
- 39 CAZAUD La fatigue des métaux DUNOD 1959.
- 40 TADASCHI HATANO International Journal Fracture Mechanics Vol. 5 N° I Mars 1969 pp. 73 - 79.

TABLE DES MATIERESINTRODUCTIONI. CHAPITRE I GENERALITESI. I. Les bétons bitumineux, matériaux viscoélastiques.I.I.I. Origine, composition.I.I.2. Rappel des caractéristiques intrinsèques.I.I.2.I. Le liant de bitume.I.I.2.2. L'enrobé.I.I.2.2.I. Comportement en statique.I.I.2.2.2. Comportement en dynamique.2. CHAPITRE 2 JUSTIFICATION DE L'ETUDE2. I. Insuffisance des lois de durées de vie obtenues.2. 2. Contribution à l'étude du comportement en fatigue.2.2.I. Une méthode expérimentale.2.2.2. Une méthode d'analyse des résultats.

.../...

2.2.3.

Application de la méthode d'essai de PROT.3. CHAPITRE 3METHODES D'ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX.

3.1.

Lois de distribution des durées de vie applicables.

3.1.1.

Loi log-normale.

3.1.2.

Loi Γ

3.1.3.

Loi des valeurs extrêmes.

3.1.3.1.

Une formulation basée sur le taux de mortalité.

3.1.3.2.

Une structure d'éprouvette en fatigue.

3.1.3.3.

Les deux formes usuelles des lois des valeurs extrêmes.

3.2.

Méthodes d'analyse des résultats expérimentaux.

3.2.1.

La méthode des moindres carrés.

3.2.2.

Les tests statistiques.

3.2.3.

L'analyse de la variance.

3.2.4.

Méthode graphique.

3.2.4.1.

Estimation des médianes et des moyennes.

3.2.4.2.

Estimation des moyennes des durées de vie dans le cas d'une loi de distribution de WEIBULL.

.../...

4. CHAPITRE 4 DESCRIPTION DE LA METHODE EXPERIMENTALE.
- 4.1. Principe des essais.
- 4.2. Une chaîne de fatigue des enrobés.
- 4.2.1. La structure d'enrobé en console.
- 4.2.2. Les éléments d'une chaîne de fatigue.
- 4.2.3. Les grandeurs mesurables.
- 4.2.3.1. La densité apparente représentative
 de la compacité.
- 4.2.3.2. Le module complexe.
- 4.2.3.3. Les mesures en fatigue.
- 4.2.3.3.1. Fatigue à contrainte
 constante.
- 4.2.3.3.2. Fatigue à déformation
 constante.
- 4.3. Essais à amplitude de charge croissante.
- 4.3.1. Essais de PROT. Principe.
- 4.3.2. Application à l'étude du comportement en
 fatigue des enrobés.
- 4.3.2.1. Adaptation du principe de PROT.
- 4.3.2.2. Exploitation.

.../...

5. CHAPITRE 5 LES PRINCIPAUX RESULTATS DES ESSAIS DE FATIGUE.
- 5.1. Formules d'enrobé ayant servi de support d'étude.
- 5.1.1. Enrobés dits de la planche expérimentale de
 Marseille, prélevés sur route.
- 5.1.2. Un type d'enrobé de renforcement fabriqué
 en laboratoire.
- 5.2. Organisation des essais.
- 5.3. Comportement en fatigue à amplitude de sollicitations
 constante à différentes températures.
- 5.3.1. Essais à amplitude de contrainte constante.
- 5.3.1.1. Les résultats.
- 5.3.1.2. Interprétation des résultats.
- 5.3.2. Essais à amplitude de déformation constante.
- 5.3.2.1. Les résultats.
- 5.3.2.2. Evolution des forces et des phases.
- 5.3.3. Interprétation des résultats.
- 5.4. Justification du choix d'un mode de fatigue à am-
 plitude de déformation constante.
- 5.5. Application des essais simplifiés à l'étude d'un
 plan d'expérience.
- 5.5.1. Un plan d'expérience.
- 5.5.2. Résultats des essais.

- 5.5.3. Résultats du traitement des données.
- 5.5.4. Interprétation.
- 5.5.5. Paramètres des distributions des durées de vie.
- 5.6. Application des essais simplifiés à l'étude d'un en-
robé continu-grenu.
- 5.6.1. Les résultats.
- 5.6.2. Interprétation.
- 5.7. Etude de la propriété d'autoréparation en fonction
des deux paramètres temps et température.
- 5.7.1. Essais à contrainte constante.
- 5.7.2. Essais à déformation constante.
- 5.8. Application des essais de PROT à l'étude du compor-
tement en fatigue.
- 5.8.1. Les conditions des essais.
- 5.8.2. Les résultats.
- 5.8.3. Exploitation.
- 5.8.4. Interprétation.

6. CHAPITRE 6. SYNTHESE.

- 6.1. Comportement à amplitude de contrainte constante
- 6.2. Autoréparation des enrobés.
- 6.3. Comportement en fatigue à déformation imposée.
- 6.4. Comportement sous charges progressives.
- 6.5. Lois de comportement proposées.
- 6.6. Lois de distribution proposées.

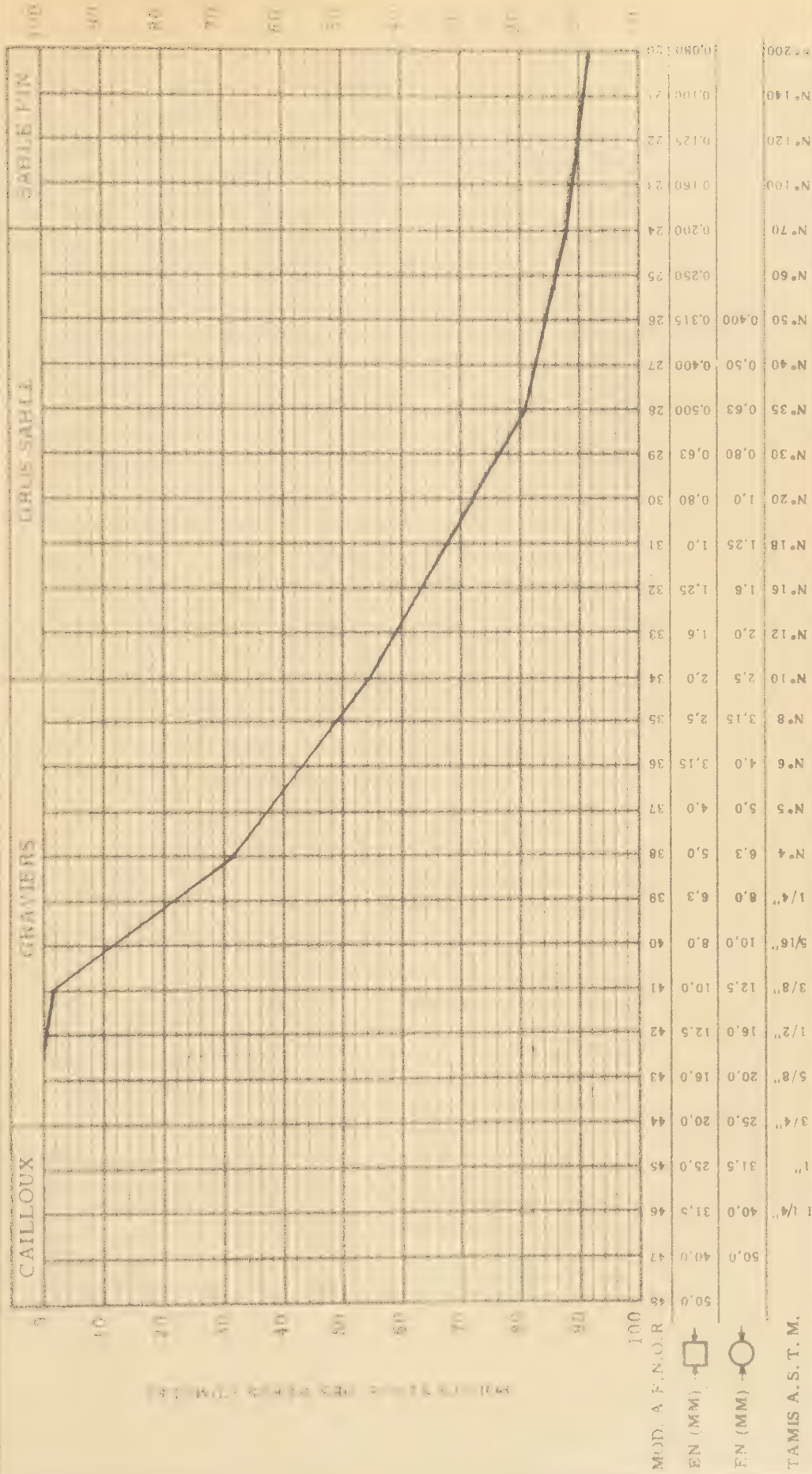
C O N C L U S I O N G E N E R A L E.

7. REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.

BETONS BITUMINEUX DE LA PLANCHE
EXPERIMENTALE DE MARSEILLE

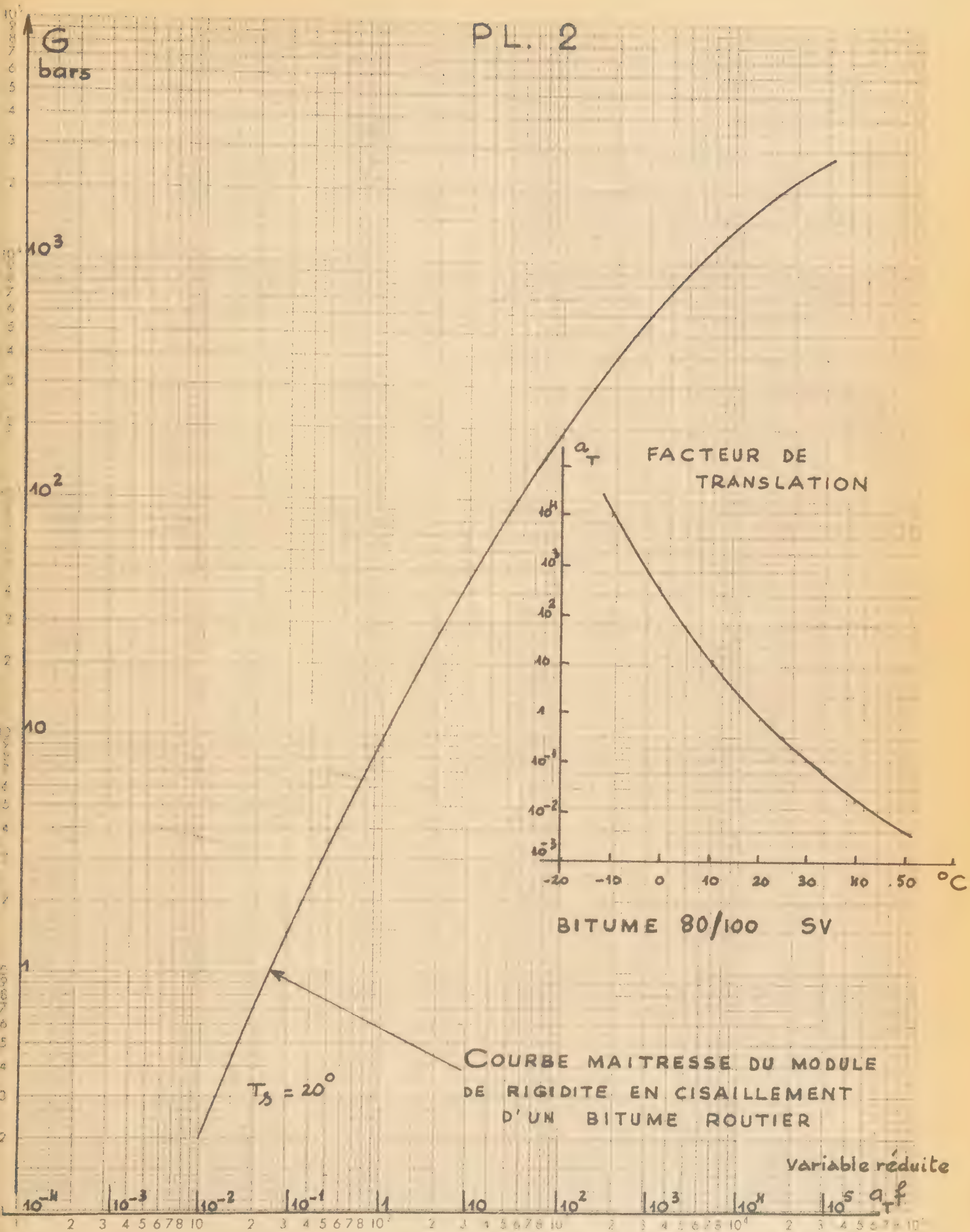
Departement des Chaussees

Paris 10



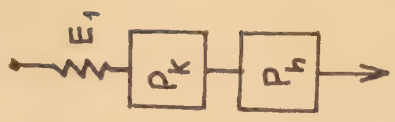
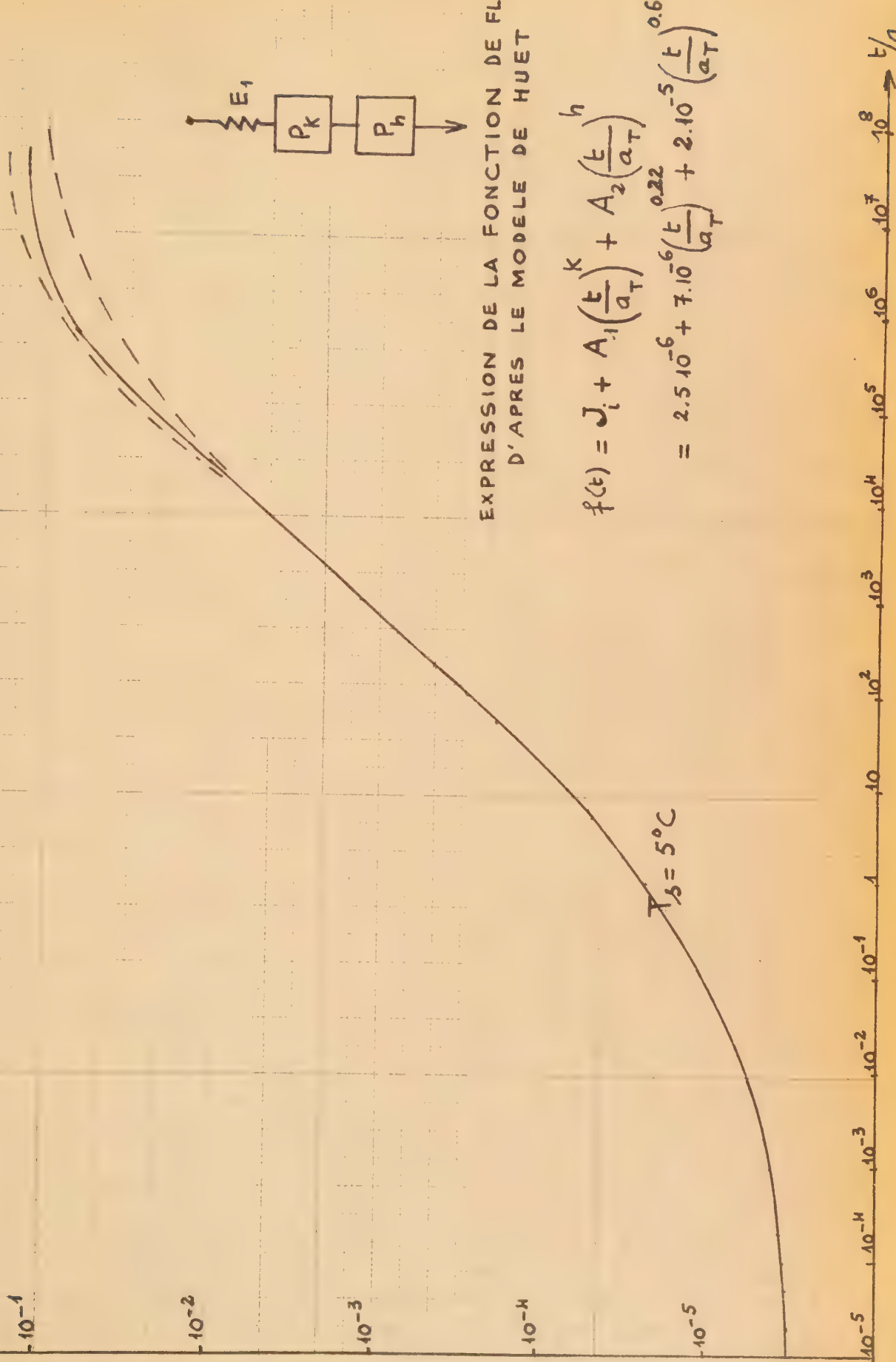
Equivalent de sable S.20

PL. 2



COURBE MAITRESSE DE FONCTION DE FLUAGE EN TRACTION D'UN BETON BITUMINEUX

$f(t)$
bar⁻¹



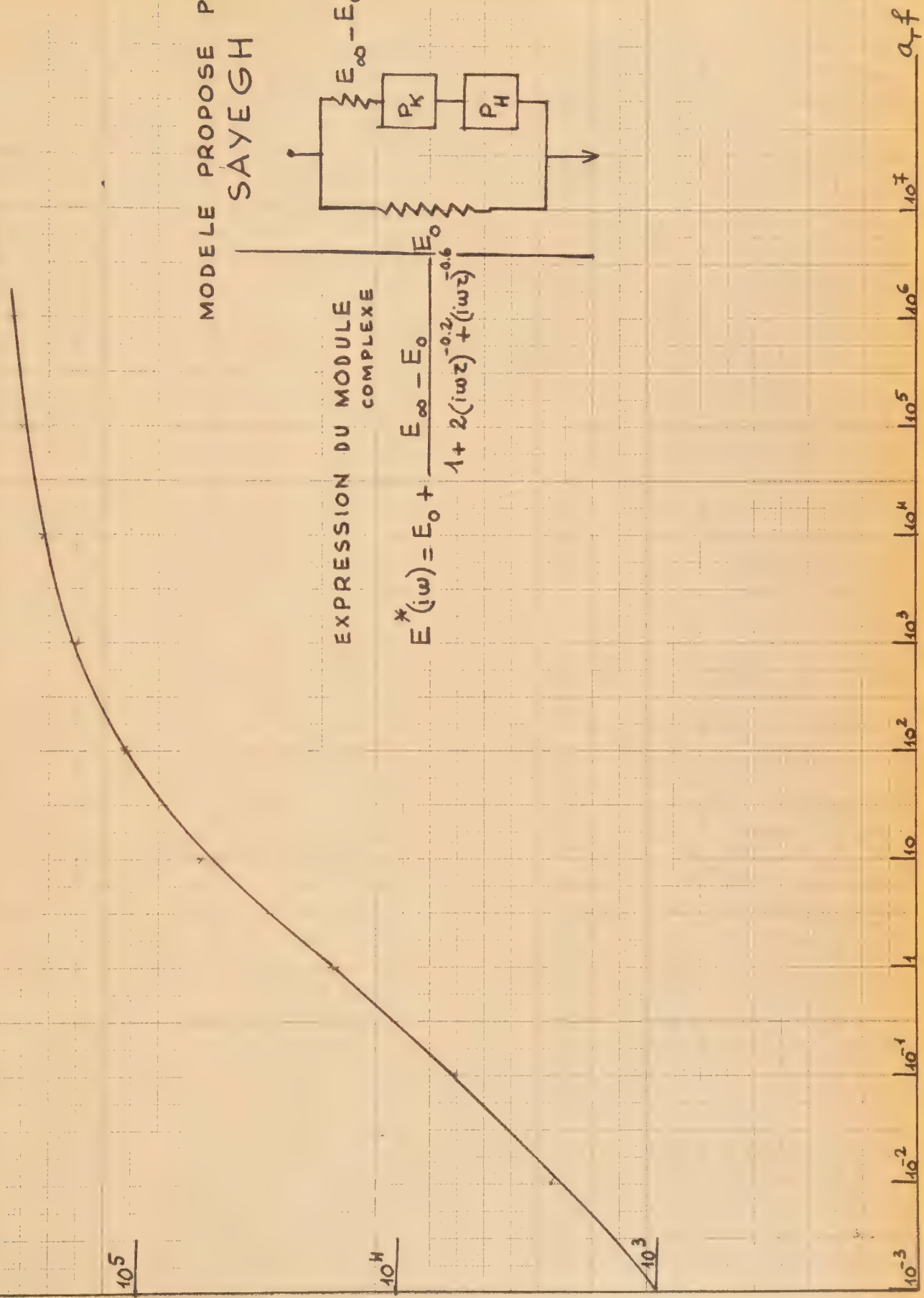
EXPRESSION DE LA FONCTION DE FLUAGE
D'APRES LE MODELE DE HUET

$$f(t) = J_i + A_1 \left(\frac{t}{a_T} \right)^k + A_2 \left(\frac{t}{a_T} \right)^h$$

$$= 2.5 \cdot 10^{-6} + 7 \cdot 10^{-6} \left(\frac{t}{a_T} \right)^{0.22} + 2 \cdot 10^{-5} \left(\frac{t}{a_T} \right)^{0.63}$$

$T_s = 5^\circ C$

COURBE MAITRESSE DE LA PARTIE REELLE DU
 MODULE COMPLEXE D'UN Bétons Bitumineux
 type LE MANS $T_s = 15^\circ C$



MODULE DE YOUNG COMPLEXE

MODELE PROPOSE PAR HUET

$$E^*(i\omega) = \frac{E_\infty}{1 + \delta(i\omega z)^{-K} + (i\omega z)^{-h}}$$

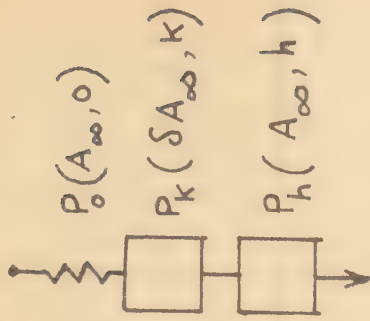
valeurs des paramètres pour
un bétons bitumineux
type LE MANS

$$E_\infty = \frac{1}{A_\infty} = 105.000 \text{ bars}$$

$$\delta = 2$$

$$K = 0.25$$

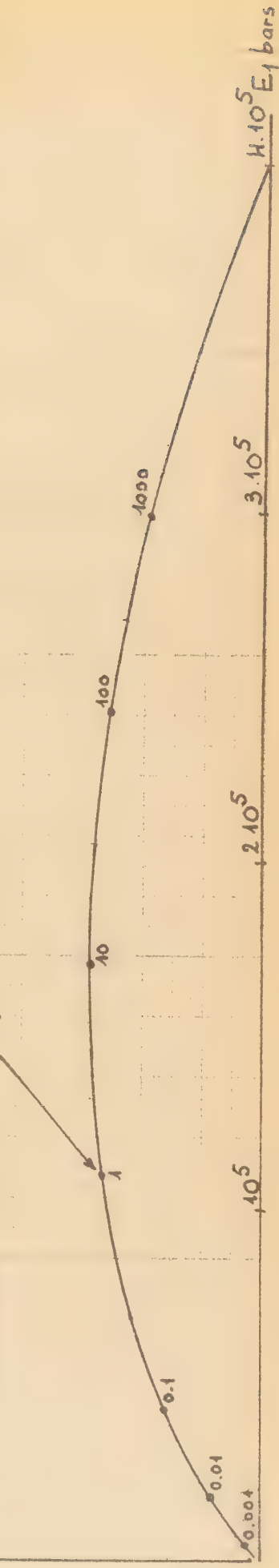
$$h = 0.60$$

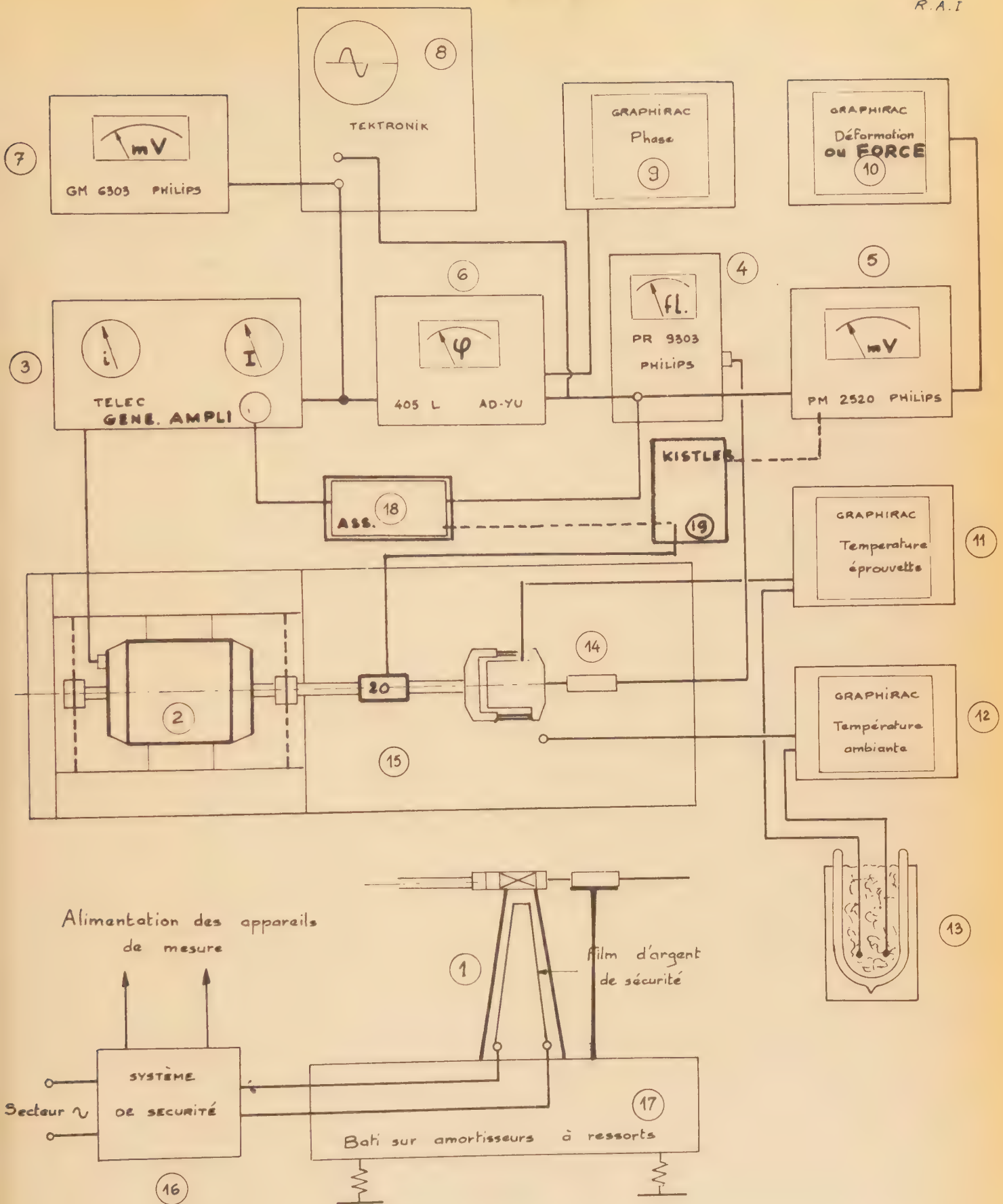


10^5 bars

10^5

courbe cotée en valeur de la
variable réduite (ωz)





SCHEMA SYNORTIQUE DE LA PREMIÈRE CHAÎNE DE FATIGUE

Amplitude

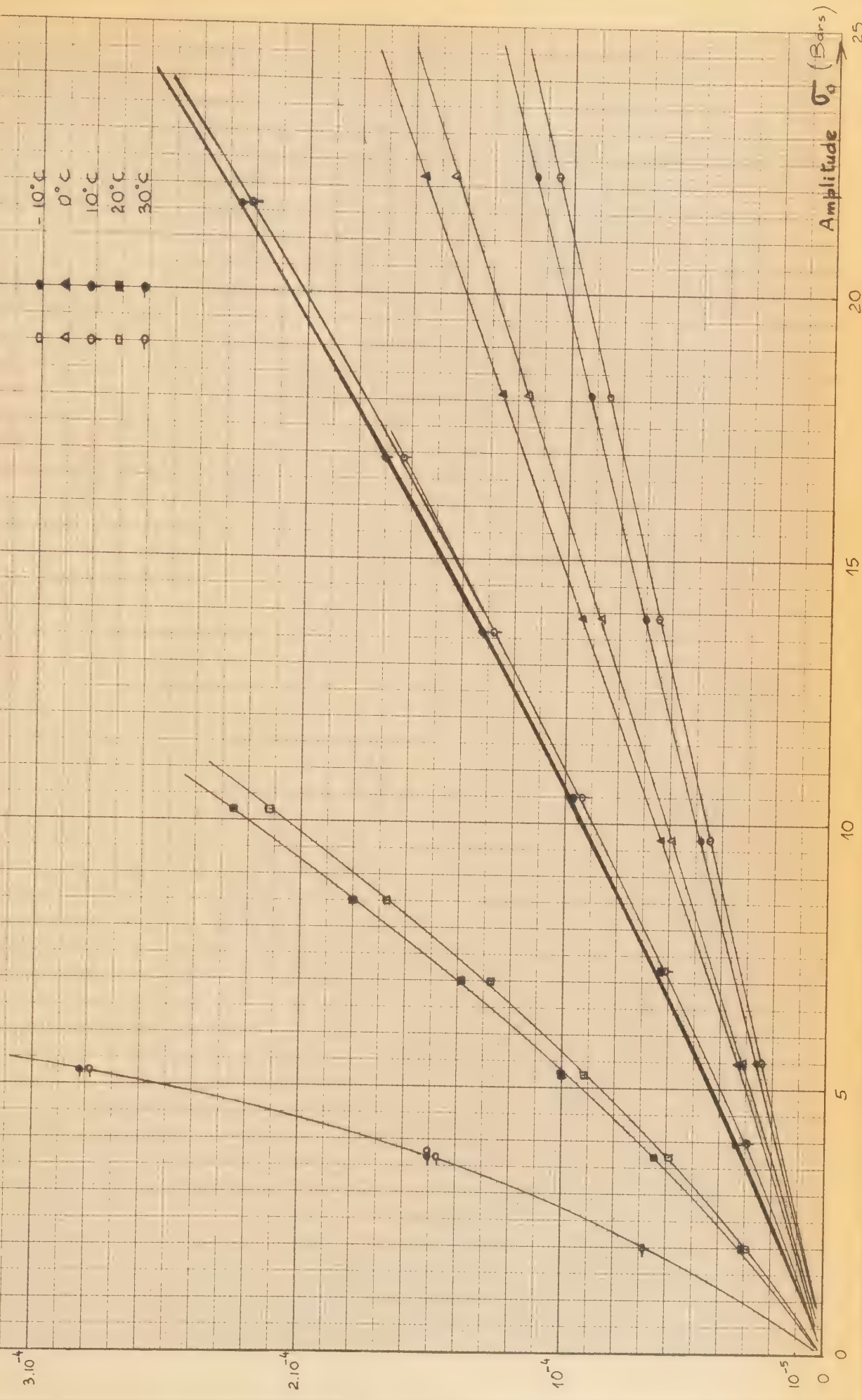
EPROUVETTE TRAPEZOÏDALE en FLEXION SINUSOÏDALE Δ 30 Hz

ENROBÉ MARS SV.TOT.

○, △, □, ●, ○
●, △, □, ●, ○

DEFORMATION MESUREE STRAIN GAGE TOKYO SOKKI TYPE PL.30
" CALCULEE à partir de la FLÈCHE MESUREE

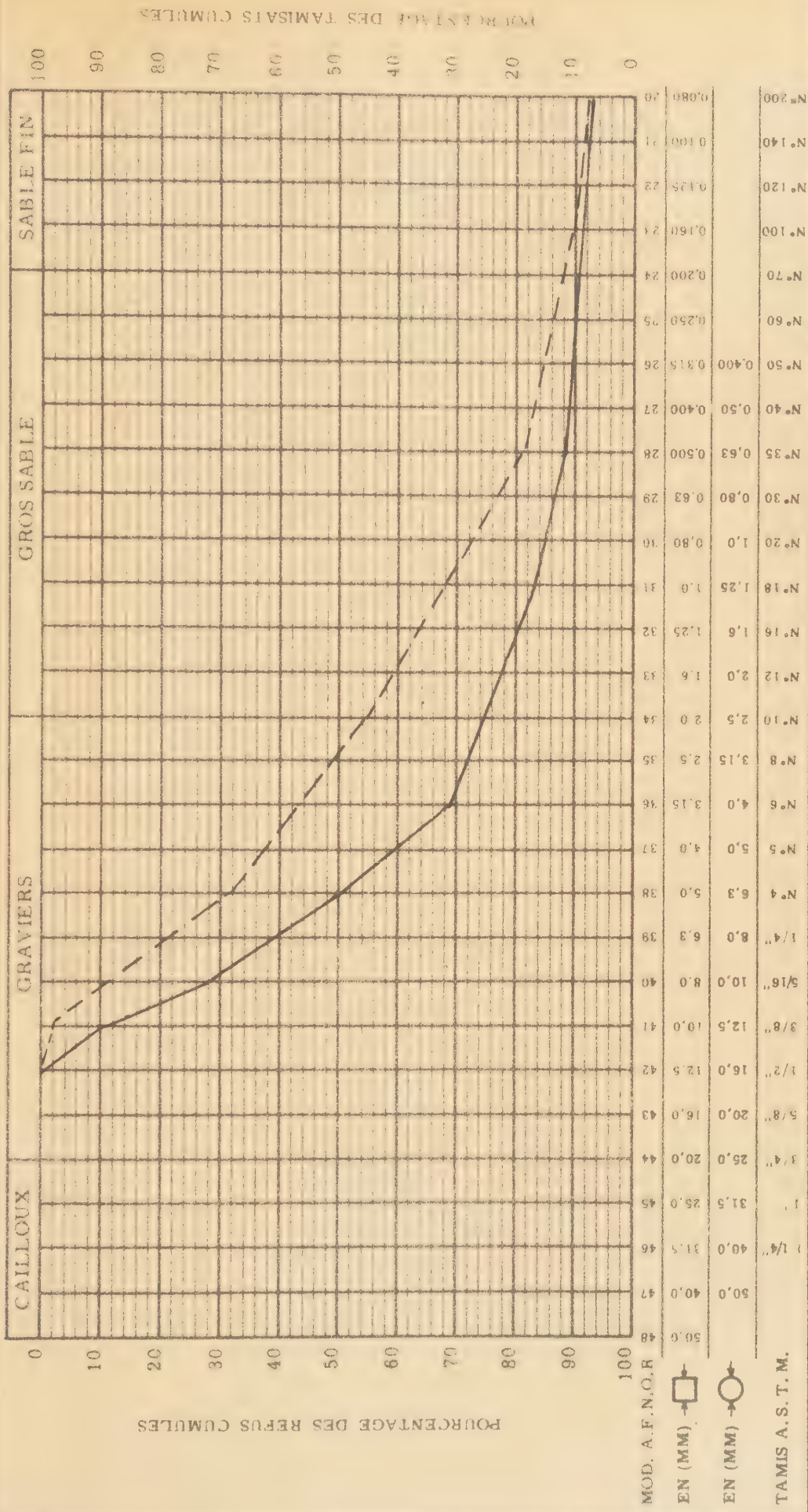
-10°C
0°C
10°C
20°C
30°C



COUPE D UNE ZONE A
COUCHE DE ROULEMENT DE 7 cm
DE LA CHAUSSEE EXPERIMENTALE
DE MARSEILLE

7 cm	ENROBE 0/10
10 cm	GRAVE 0/30 traitée au ciment 4.5 %
20 cm	GRAVE 0/30 traitée au ciment 3.5 % en 2 couches
30 cm	GRAVE NATURELLE

ZONE II



Equivalent de sable S.20

COURBE GRANULOMETRIQUE DES ENROBES DE MARSEILLE
EN TRAIT DISCONTINU

PL. 10

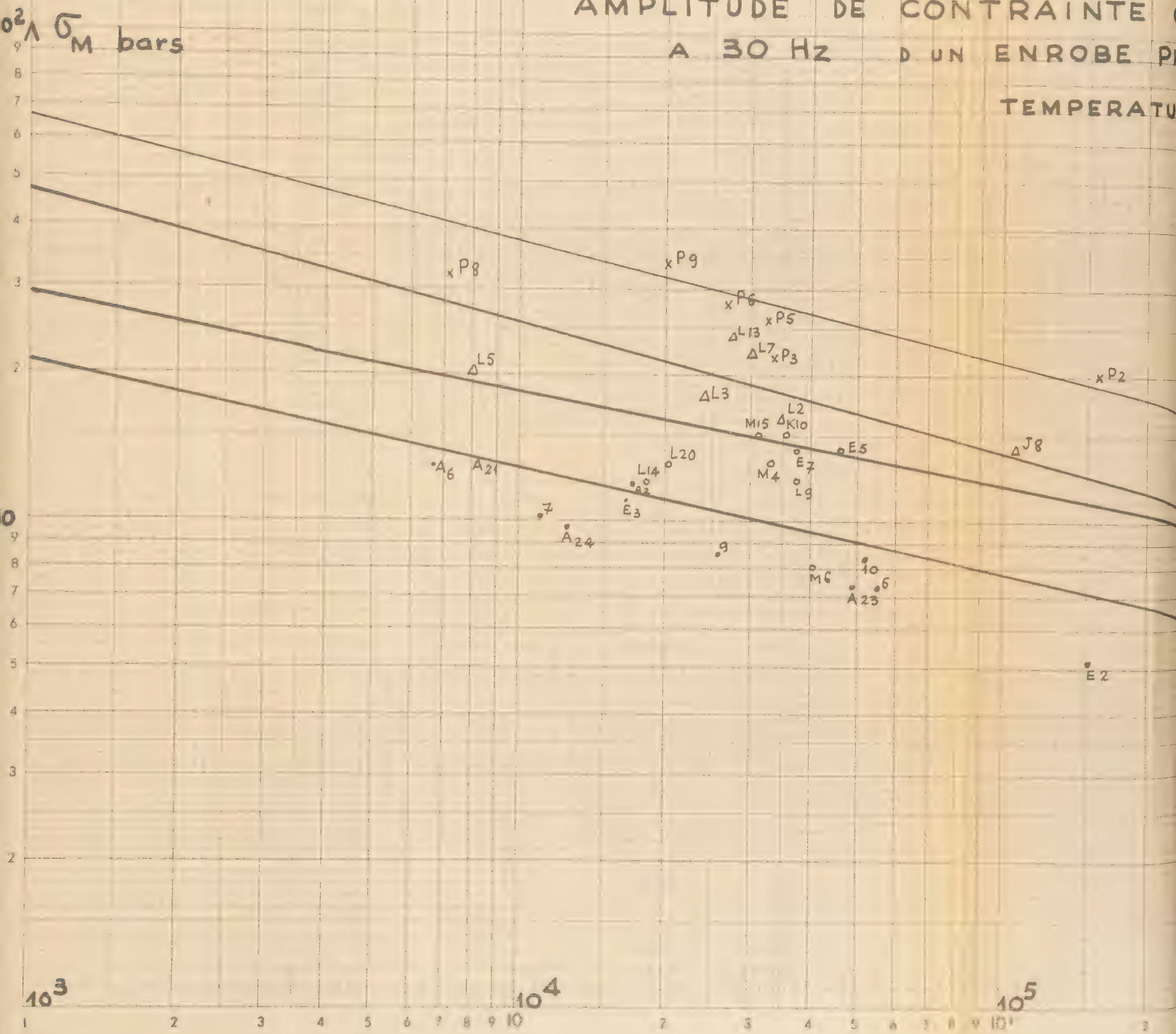
FATIGUE EN FLEXION SIN

AMPLITUDE DE CONTRAINTE σ_M bars

A 30 Hz D UN ENROBE PR

TEMPERATU

σ_M bars



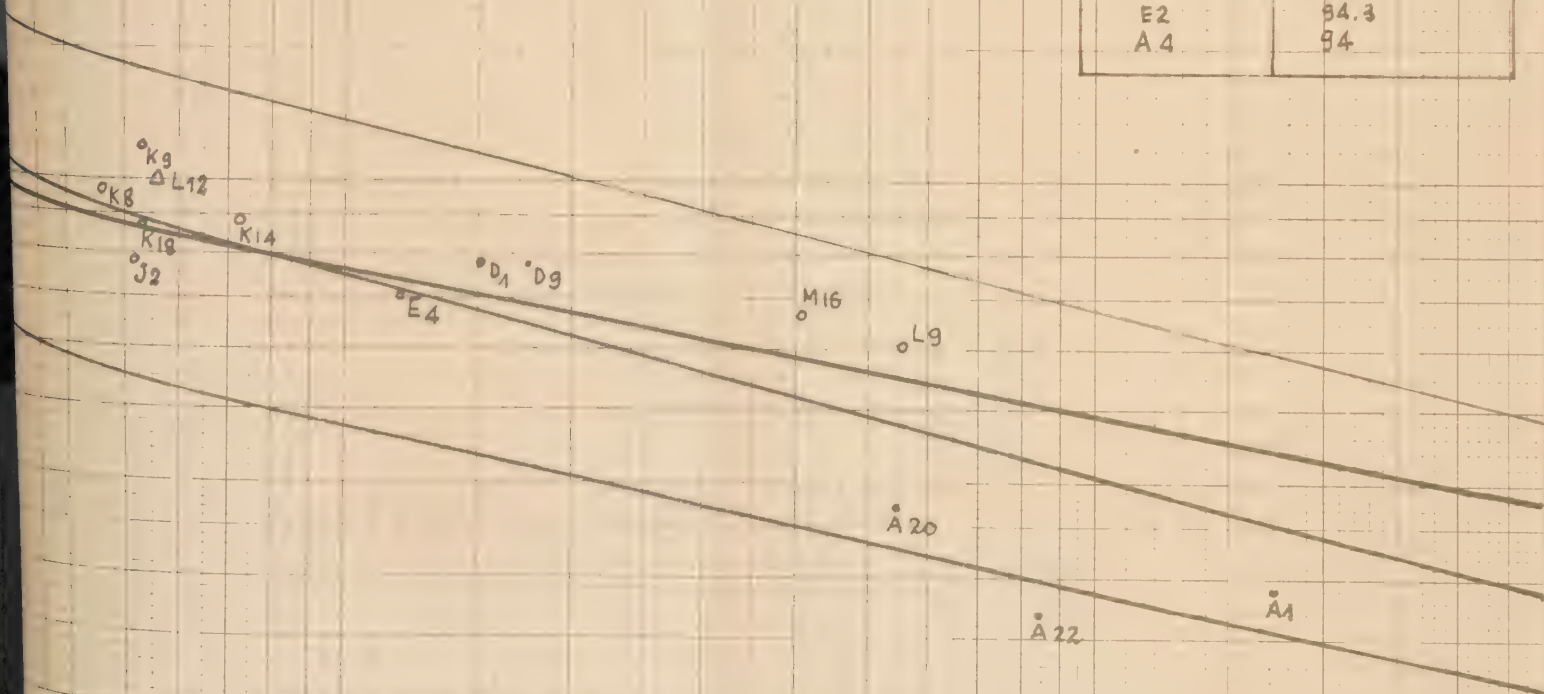
6. A

INSTANTE

LEVÉ DANS LA CHAUSSEE. MARS SV TOT

• 20°C
 ○ 10°C
 △ 0°C
 x -10°C

N° EPROUV.	COMPACITE %
D1	93.7
D9	93.8
E3	93.3
A1	93
A20	91.8
E1	93.9
A21	94.7
10	93
A22	92.4
A6	93.8
A2	93.3
7	98.5
A23	93.4
A24	93.2
9	92.3
6	94
E2	94.3
A4	94



10^6

10^7 N cycles

4 5 6 7 8 9 10^3 2 3 4 5 6 7 8 9 10^4 2 3 4 5 6 7 8

FATIGUE à 20°C
30 Hz

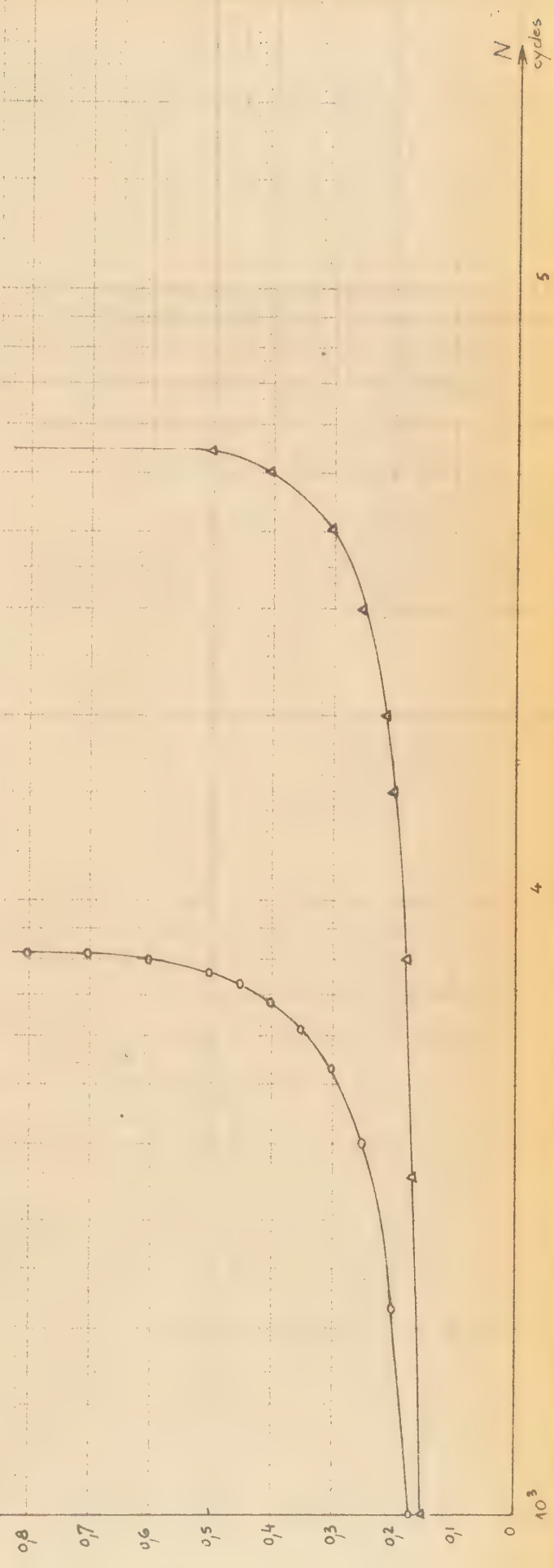
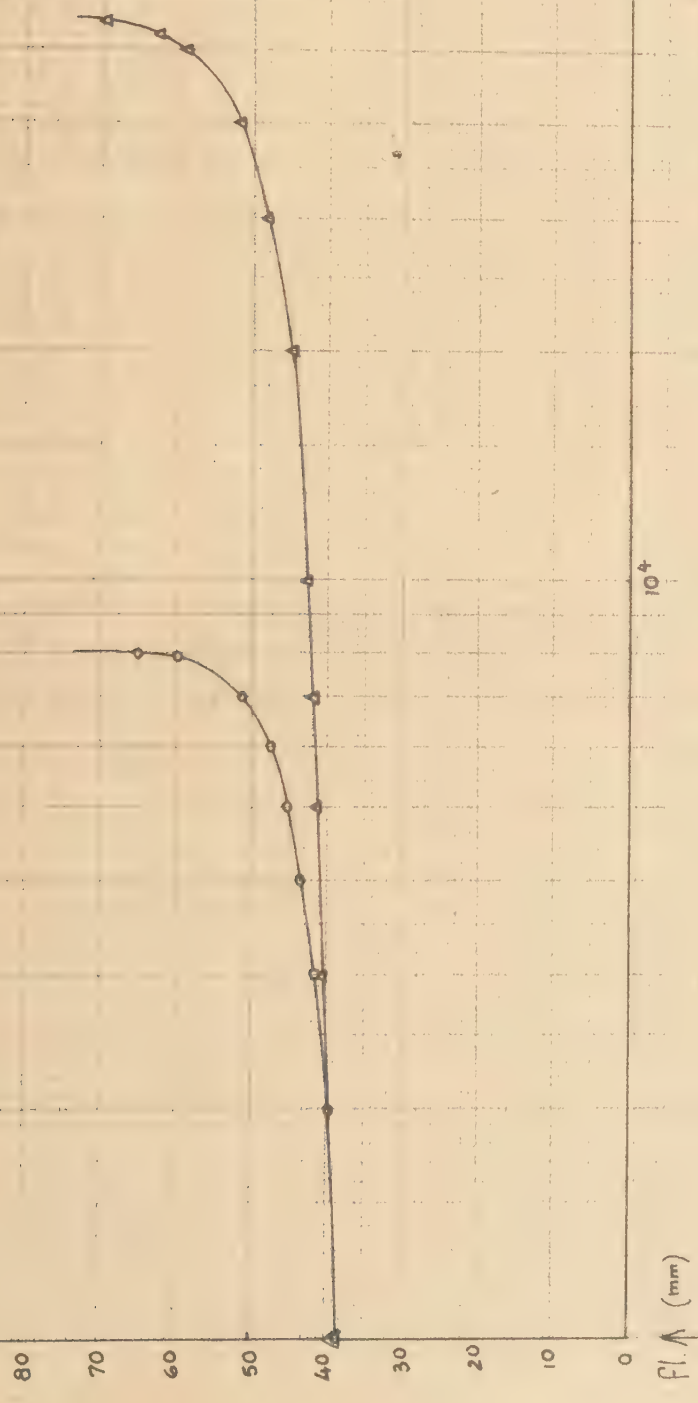
ENROBÉ MARS SYTOT

Amplitude de CONTRAINTE
MAXIMALE à niveau de la
SECTION DE RUPTURE

Δ 7.3 bars
○ 13.5 bars

DURÉE DE VIE DE RUPTURE COMPLÈTE

Δ 5.41.10⁴
○ 8.13.10³



2 A E M

3

— 4 —

 10^3

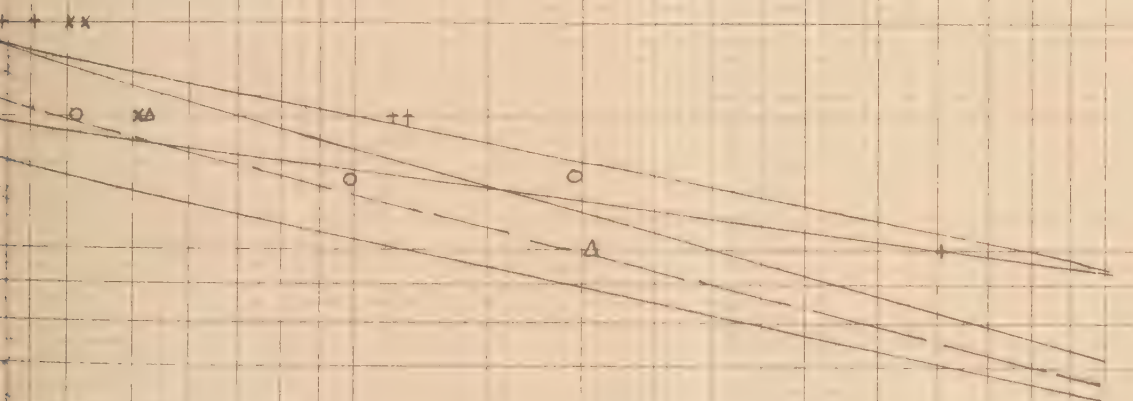
26 323

MARS-SK-TOT

R.A. I 1967
Rhéologie

TE, A N=10³ cycles

20,3 x M	N = 1,18 · 10 ⁻⁹ E ^{-3,85}	0,11	0,96
31,7 x M	N = 1,72 · 10 ⁻¹⁴ E ^{-5,17}	0,28	0,99
57,7 x M	N = 8,29 · 10 ⁻²⁶ E ⁻⁸	0,16	0,96
32,6 x M	N = 6,88 · 10 ⁻¹⁵ E ^{-5,1}	0,71	0,95
		Ecart - type lié	Coef. de corr.



4 5 6 7 8 9 10⁶ 2 3 4 5 6 7 8 9 10⁷ N cycles 2 3 4 5 6 7 8

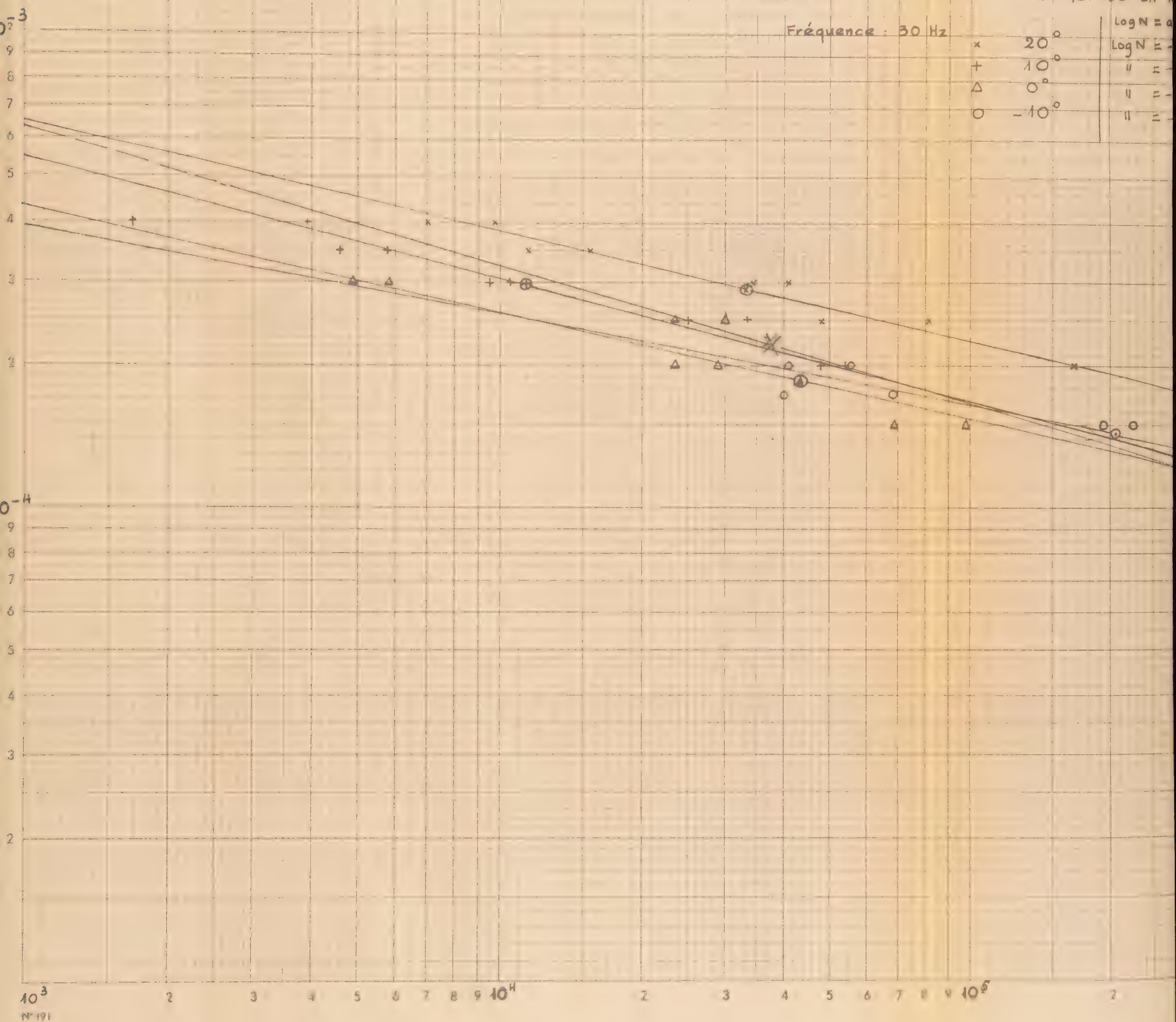
PL 13

ESSAIS DE FATIGUE À DEFORMATION CONSTANTE

DURÉES DE VIE RELATIVES À UNE PERTE DE 50% DE LA R

Fréquence : 30 Hz

x	20°	log N = 0
+	10°	log N = -
Δ	0°	log N = -
○	-10°	log N = -

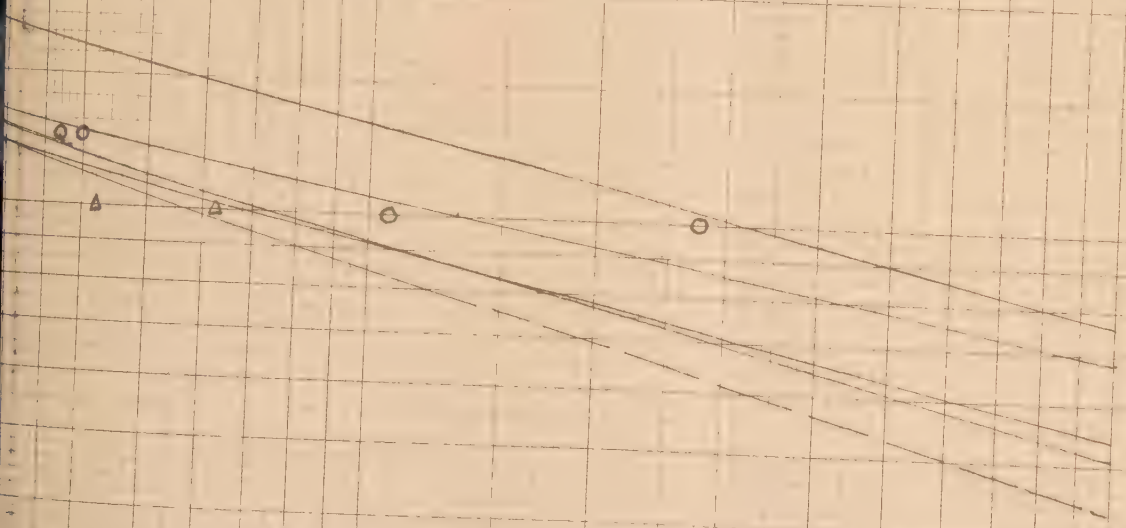


MARS - SV - TOT

R.A. I 1967
Rheologie

RIGIDITE AVANT FATIGUE ($\bar{\alpha}$ $N=10^3$)

Age + Log b	$N = b e^{-a}$	Ecart - type lié	Coef. de corr.
25 log E - 2H, 2xM	$N = 3,1 \cdot 10^{-11} e^{-4,25}$	0,24	0,98
43 " - 26,7xM	$N = 2,4 \cdot 10^{-12} e^{-4,43}$	0,28	0,97
8 " - 21,9xM	$N = 3,13 \cdot 10^{-10} e^{-3,8}$	0,39	0,96
37 " - 35xM	$N = 5,26 \cdot 10^{-16} e^{-5,37}$	0,39	0,95



4 5 6 7 8 9 10⁶ 2 3 4 5 6 7 8 9 10⁷ N cycles 2 3 4 5 6 7 8 9 10

PL 14

2

ESSAIS DE FATIGUE À DEFORMATION CONSTANTE M

DURÉES DE VIE RELATIVES À UNE PERTE DE 50% DE LA RIGIDITÉ

Frequence 30 Hz

Log N

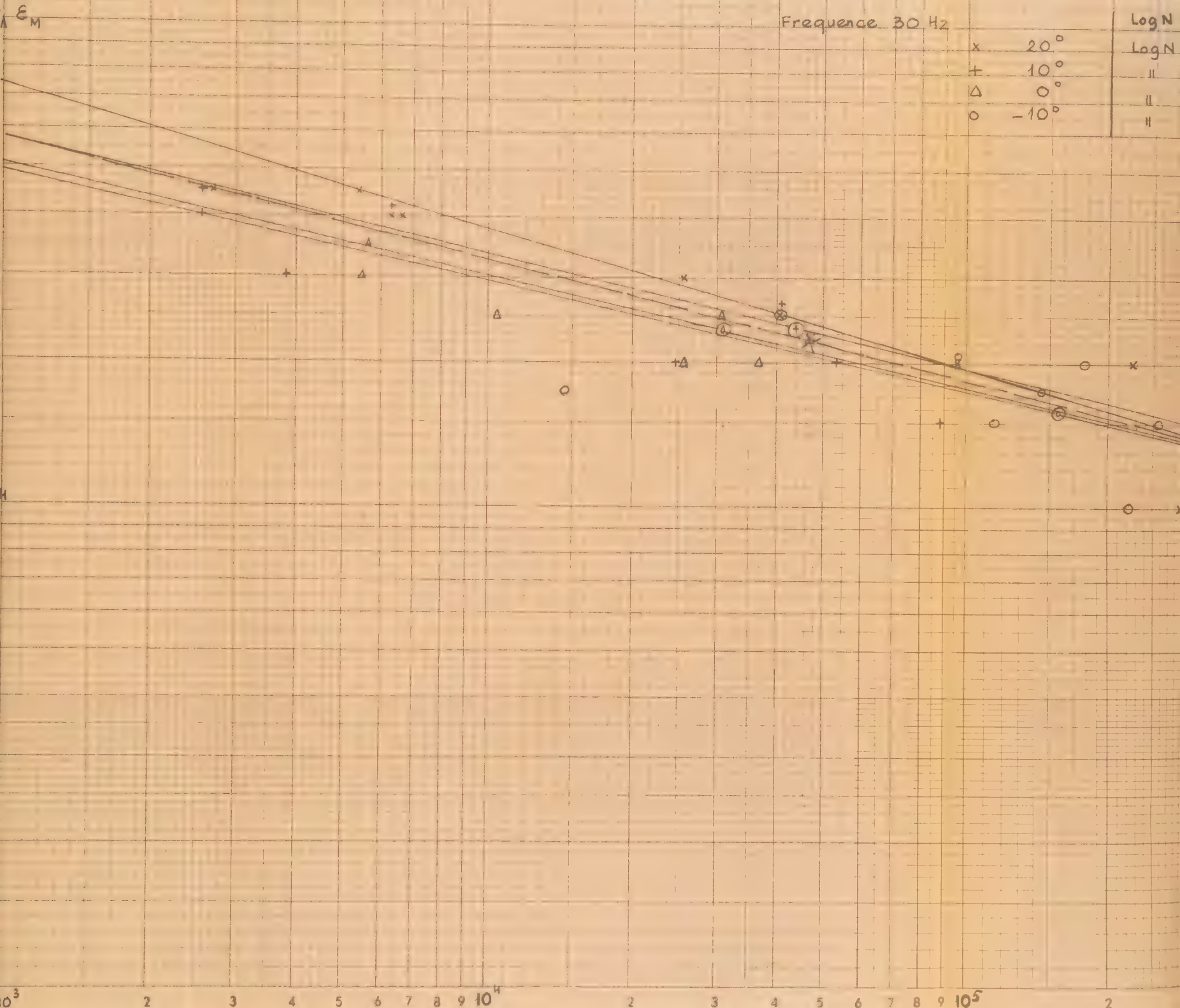
x	20°
+	10°
Δ	0°
o	-10°

Log N

II

II

II



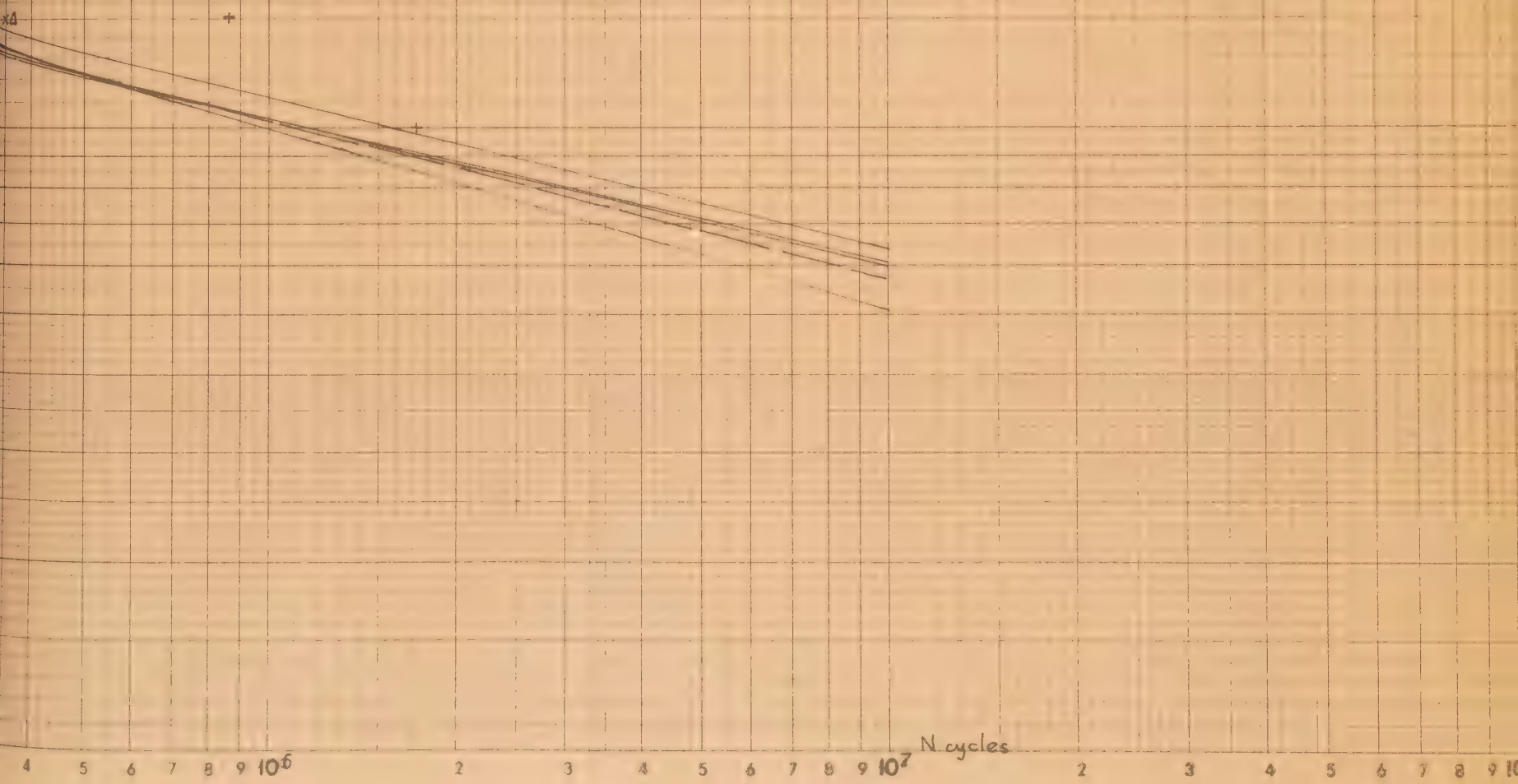
SC. TOT.

R. A. 1967

Rhéologie

VANT FATIGUE (à $N = 10^3$)

log e + log b	$N = b e^{-a}$	Ecart - type $\log e$	coeff de corr.
3,5 log e - 18,37 x M	$\parallel = 1,05 \cdot 10^{-8} e^{-3,5}$	0,64	0,95
4,35 " - 26 x M	$\parallel = 5,08 \cdot 10^{-12} e^{-4,35}$	0,85	0,93
4,4 " - 26,5 x M	$\parallel = 3,05 \cdot 10^{-12} e^{-4,4}$	1,16	0,67
4,5 " - 27,5 x M	$\parallel = 1,13 \cdot 10^{-12} e^{-4,5}$	1,11	0,66



PL 15

FATIGUE À DEFORMATION CONSTANTE BETONS BITU

DURÉE DE VIE CORRESPONDANT À UNE PERTE DE RIGIDITÉ DE 50% DE

TEMPÉRATURES : -10°C

0°C

10°C

20°C

coefficient de corrélation

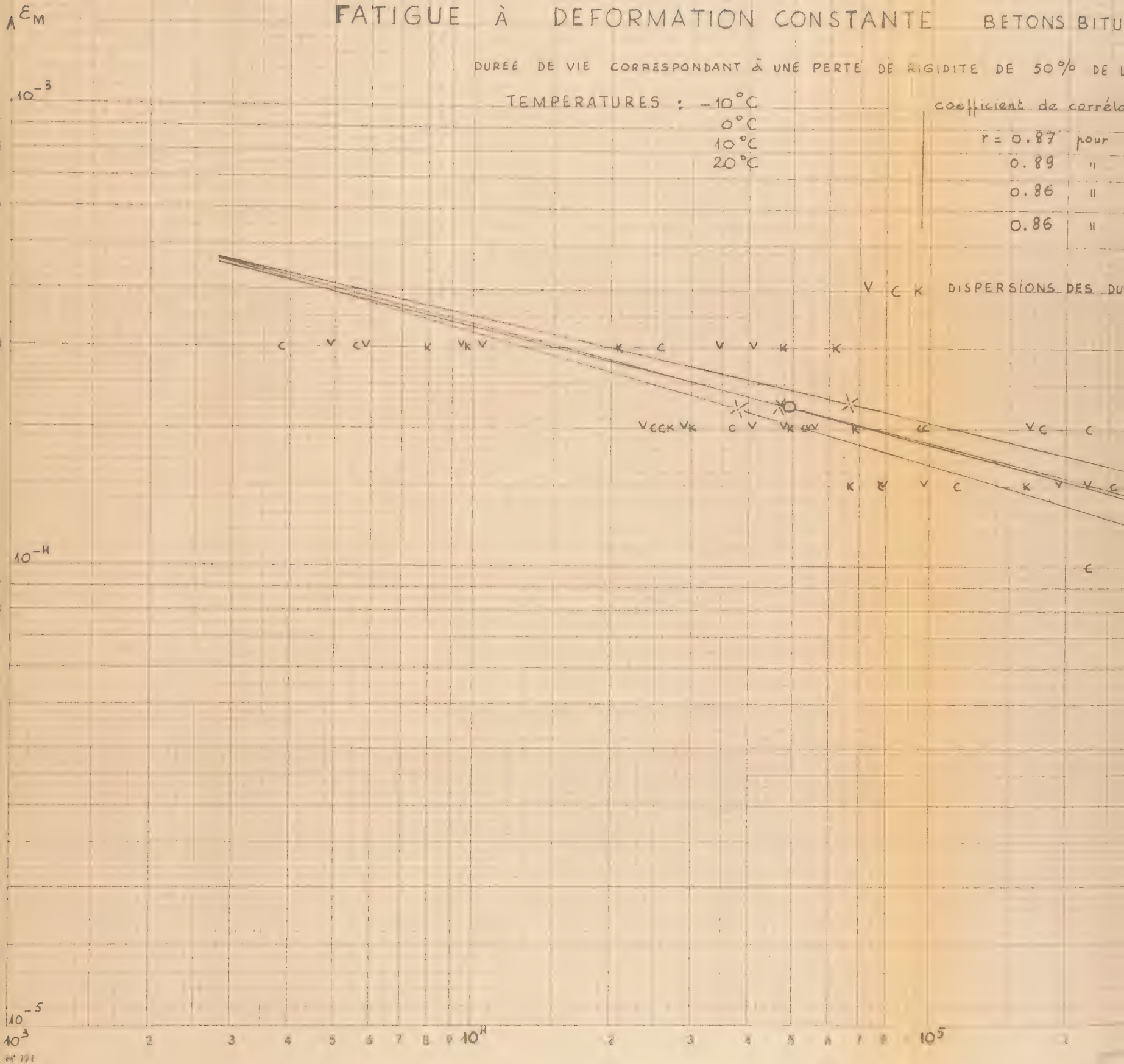
r = 0.87 pour

0.89 "

0.86 "

0.86 "

V C K DISPERSIONS DES DURÉES

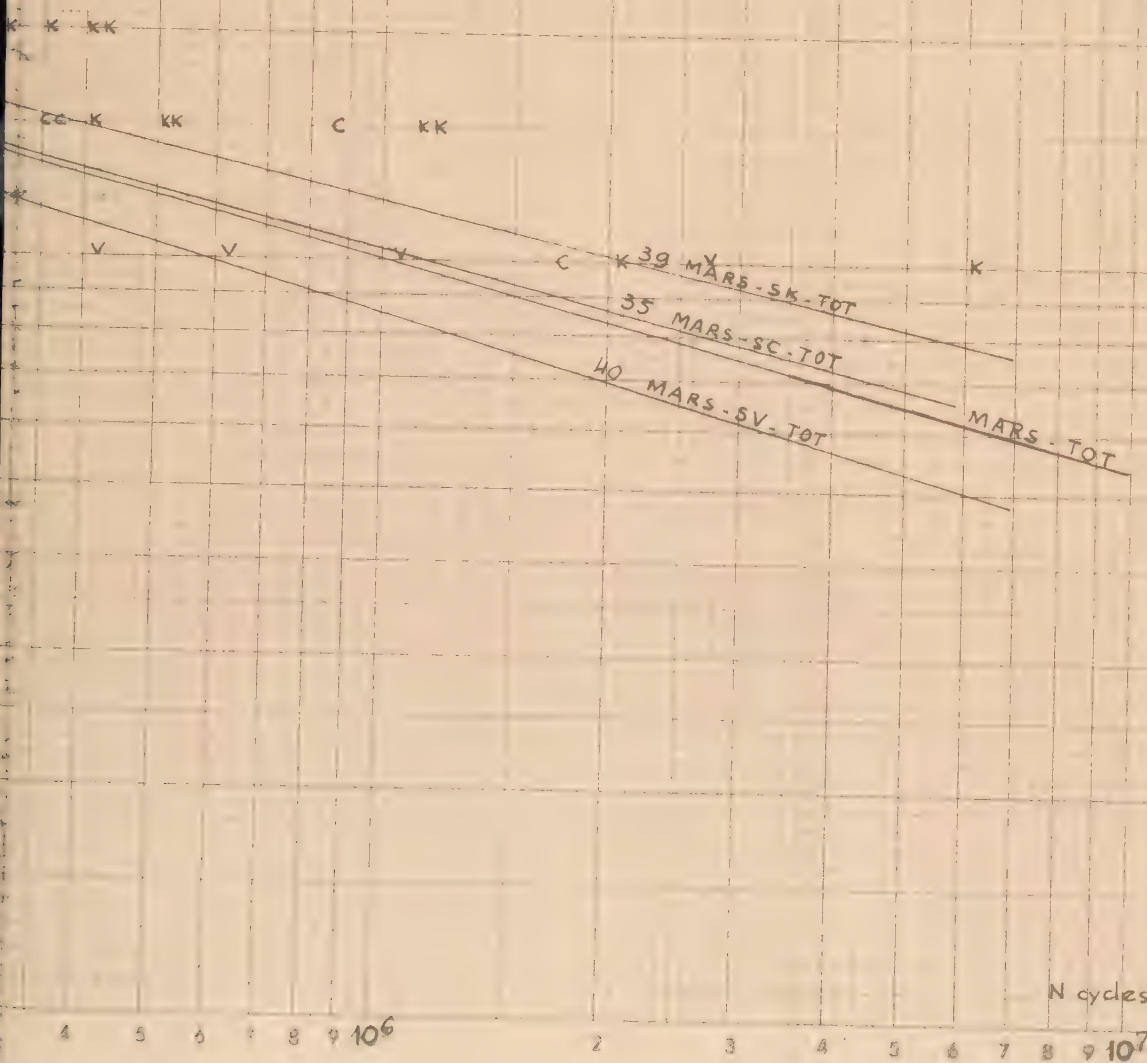


NEUX MARS TOT

VALEUR $\bar{a}$ N = 1.000 cycles

$(\log N, \log E)$	Ecart-type lié $\sigma(\log N / \log E)$	METHODE DE MOINDRE CARRÉS	$\log N = a \log E + \log b$ et $N = b E^a$
MARS SK	0.45	$\log N = -4,2 \log E - 10,5$	$N = 3,52 \cdot 10^{-11} E^{-4,2}$
SC	0.39	$\log N = -4 \log E - 7,45$	$N = 1,71 \cdot 10^{-10} E^{-4}$
SV	0.37	$\log N = -3,4 \log E - 7,75$	$N = 1,77 \cdot 10^{-8} E^{-3,4}$
ensemble MARSTOT	0.42	$\log N = -3,8 \log E - 9,2$	$N = 5,4 \cdot 10^{-10} E^{-3,8}$

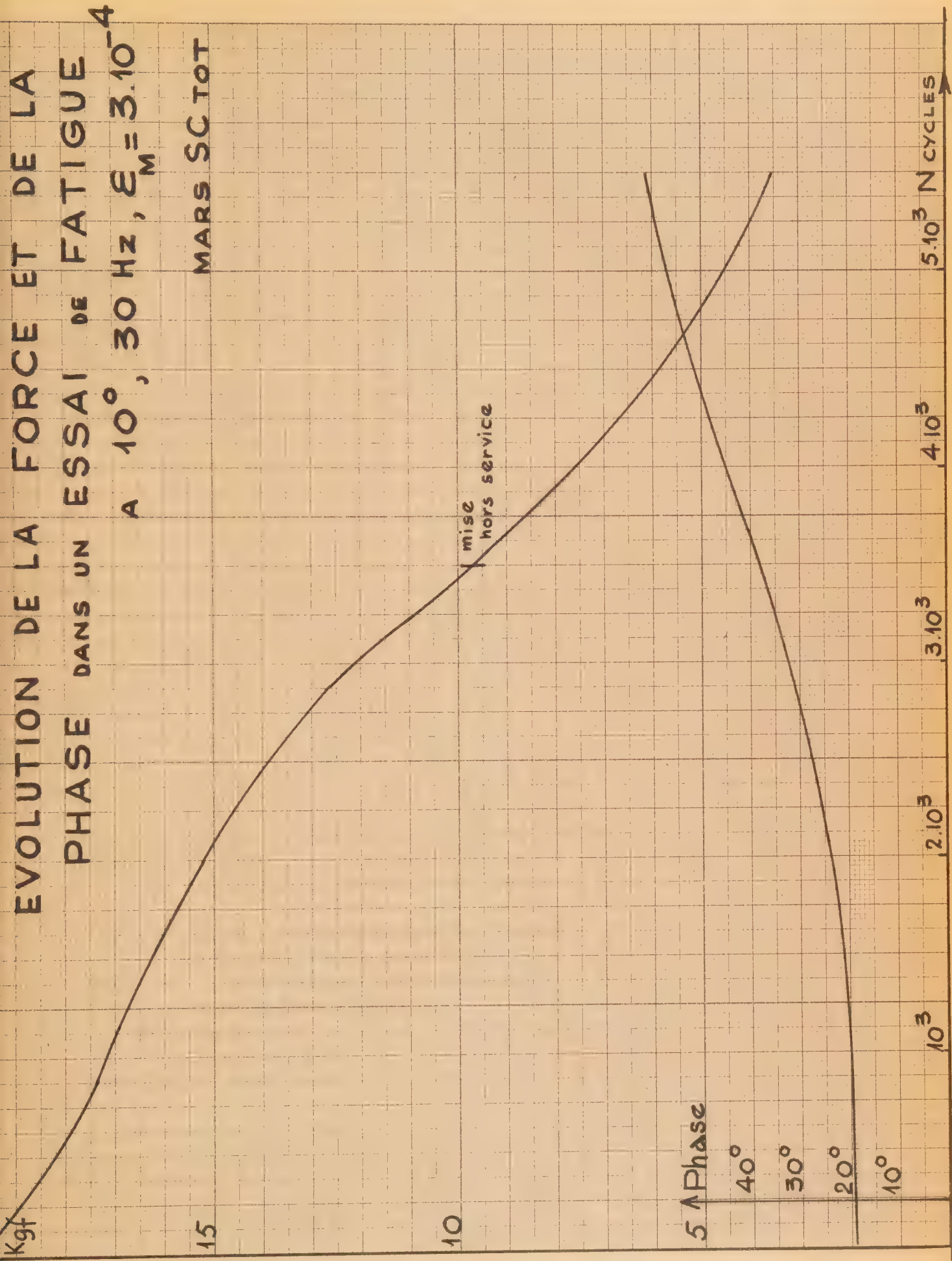
ES DE VIE A 1, 1.5, 2, 3 10^{-4}



EVOLUTION DE LA FORCE ET DE LA PHASE DANS UN ESSAI DE FATIGUE

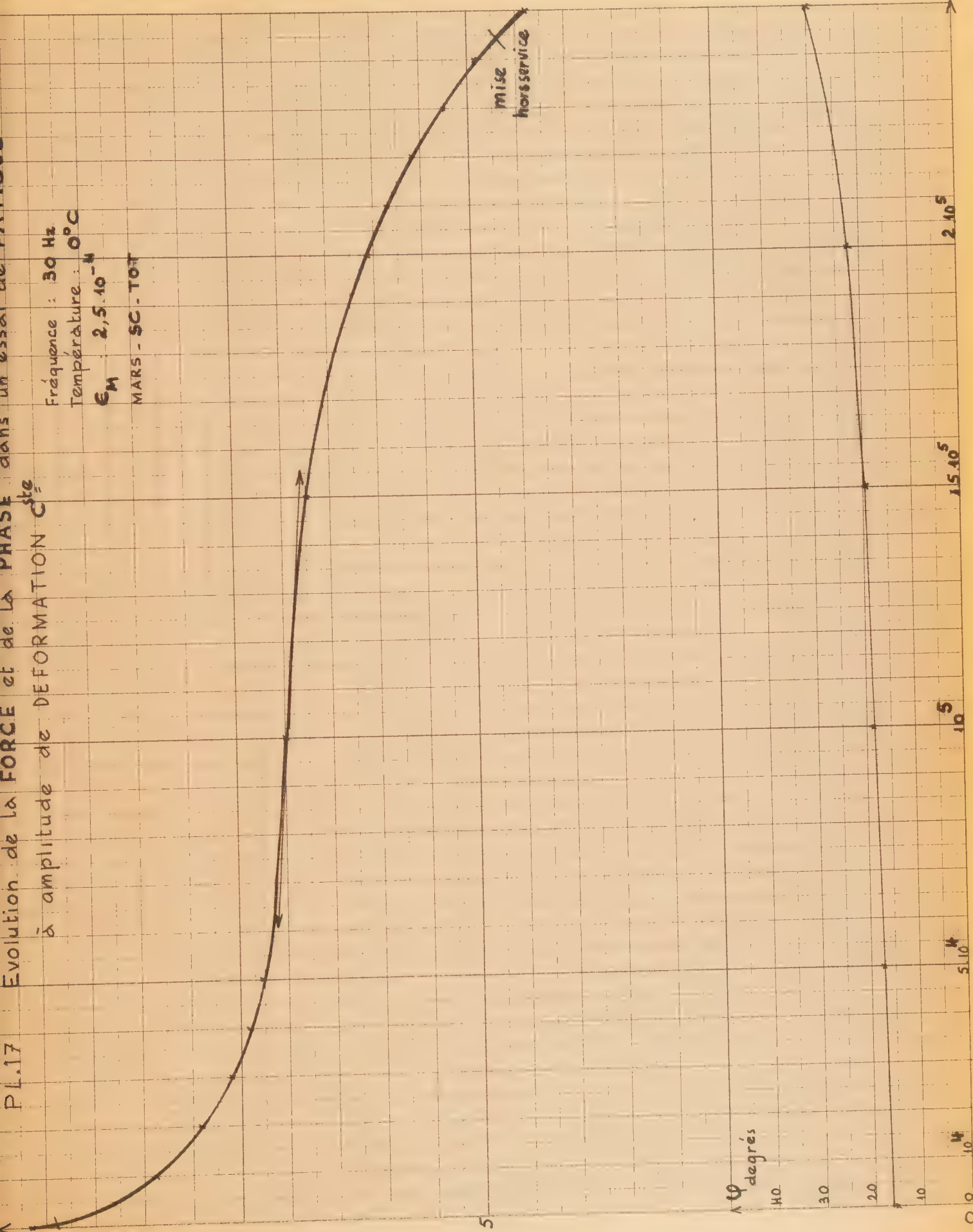
A 10° , 30 Hz, $\epsilon_M = 3 \cdot 10^{-4}$

MARS SC TOT



PL.17 Evolution de la FORCE et de la PHASE dans un essai de fatigue à amplitude de DEFORMATION ϵ_m^{ste}

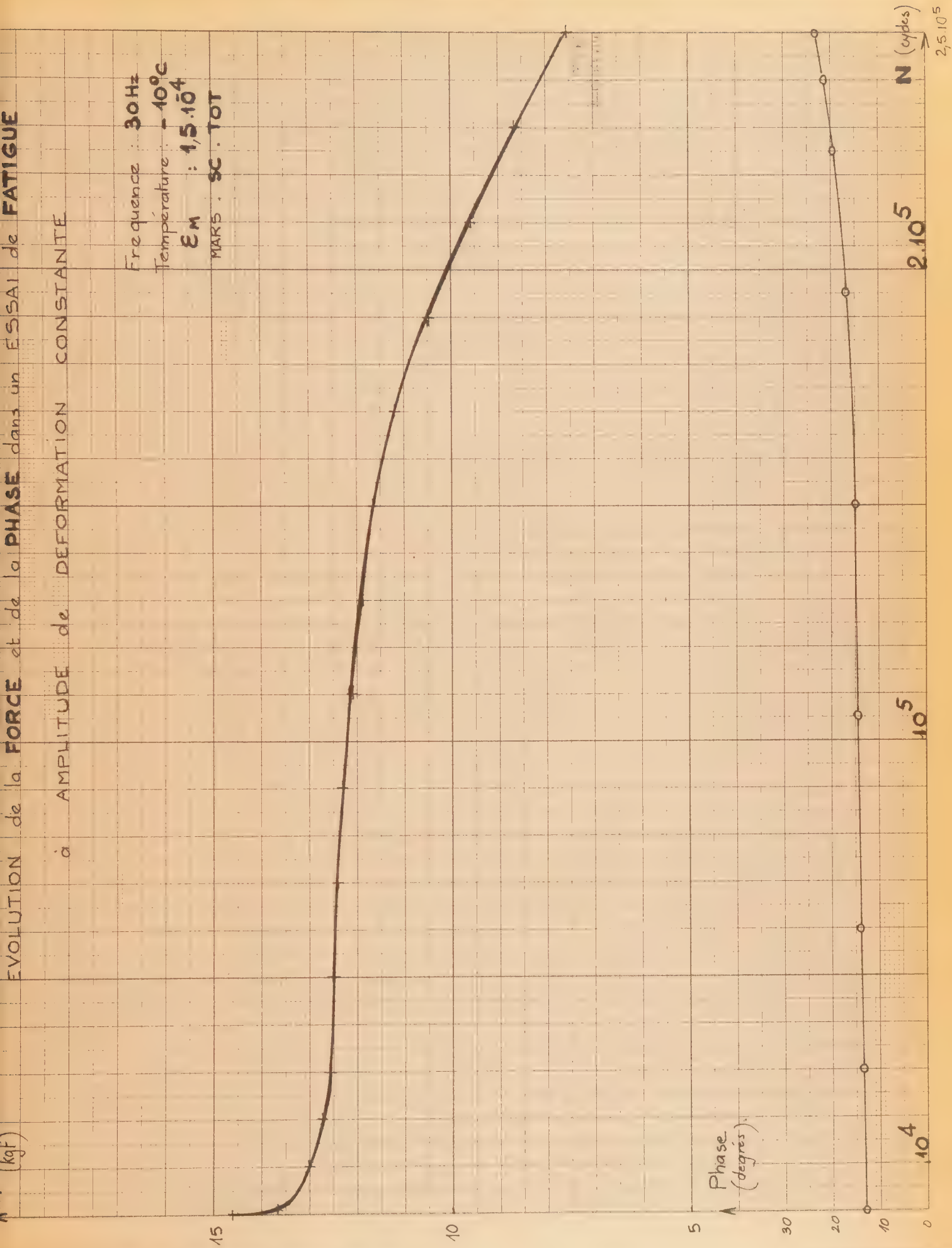
Fréquence : 30 Hz
 Température : 0°C
 ϵ_m $2,5 \cdot 10^{-4}$
 MARS - SC - TOT



EVOLUTION de la FORCE et de la PHASE dans un ESSAI de FATIGUE

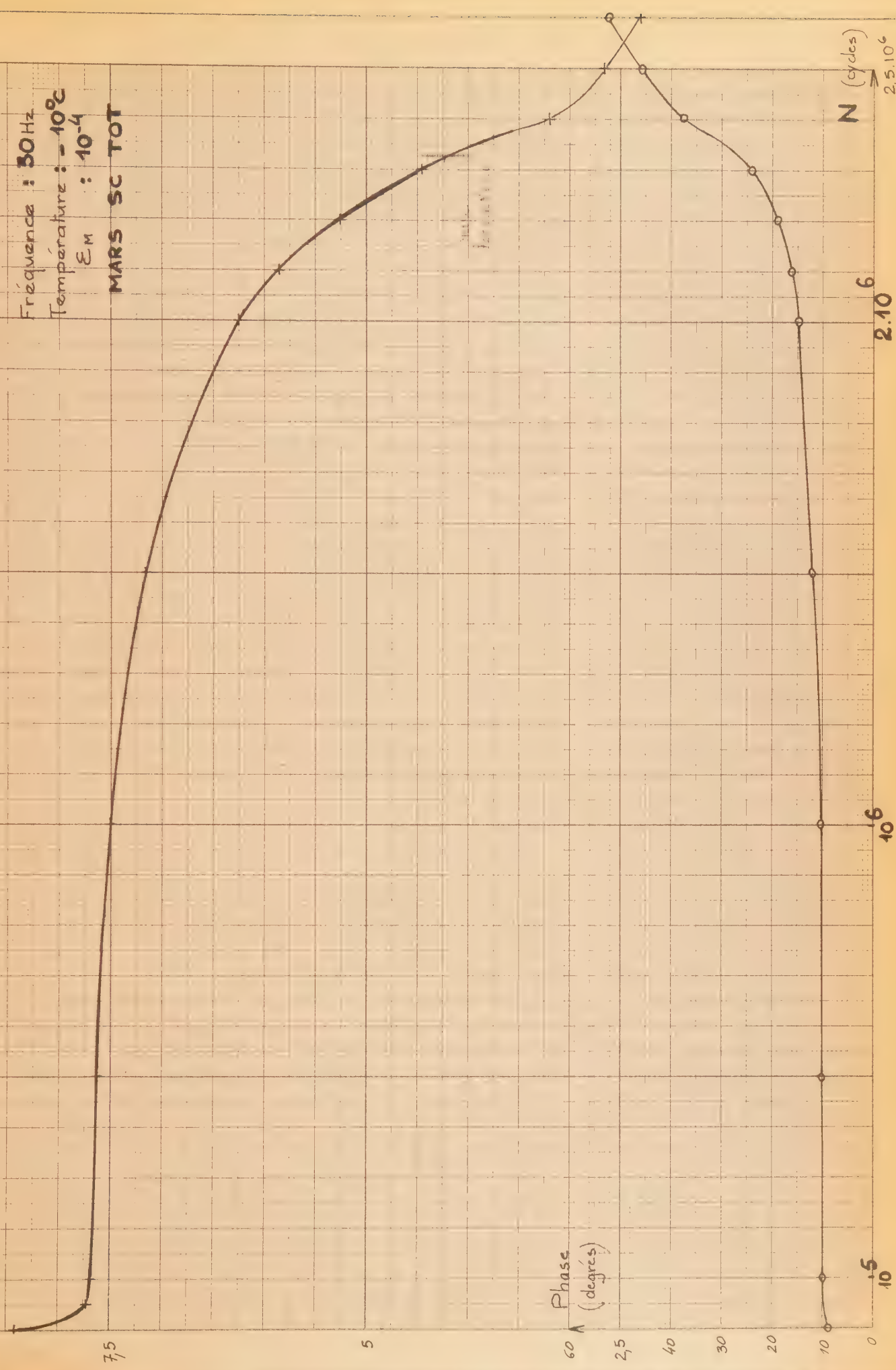
à AMPLITUDE de DEFORMATION CONSTANTE

Fréquence : 30 Hz
Température : -10°C
 $\epsilon_m : 1,5 \cdot 10^{-4}$
MARS : SC.TOT



EVOLUTION DE LA FORCE DE FAIBLE AMPLITUDE de DEFORMATION CONSTANTE

Fréquence : 30 Hz
Température : -10°C
 $\epsilon_M : 10^{-4}$
MARS SC TOT



PL. 20 K

A^{2.30}
P/V

2.25

2.20_C

2.15_C

2.1

$\delta_{P/V}$

$\delta_{P/V}$

δ_{MOD}

δ_{MOD}

0.8.10⁵

10⁵

12.10⁵

1.4.10⁵ BARS

MODULE

REGRESSION LIN. CORRELATION
 P/V et MODULE DE RIGIDITE
A 4 BAR, 10°, 30 Hz
EPROUVETTES EN FATIGUE,
DES ENROBES SK, SV, SC DES
PRELEVEMENTS T1GT DE MARSEILLE

EFFECTIF:

ENROBE	SK	SV	SC	SK+SV+SC
MOY. P/V	2.2164	2.2087	2.1662	2.2071
ECART TYPE	0.0256	0.0856	0.0219	0.0621
COEFF. DE VAR.	0.0118	0.0388	0.0101	0.0281
MOY. MOD	1.0182.10 ⁵	0.9807.10 ⁵	0.7.10 ⁵	0.8996.10 ⁵
ECART TYPE	0.1226.10 ⁵	0.2079.10 ⁵	0.068.10 ⁵	0.2022.10 ⁵
COEFF. DE VAR.	0.121	0.212	0.047	0.226
REGRESS. P/V EN MOD	0.735.10 ⁶	0.364.10 ⁵	-0.84.10 ⁷	0.2407.10 ⁵
REGRESS. MOD / P/V	1.681.10 ⁵	2.129.10 ⁵	-9.79.10 ⁴	2.5476.10 ⁵
ECART TYPE LIE M12	0.1168.10 ⁵	0.1.10 ⁵	0.0698	0.1264.10 ⁵
COEFF. DE CORR.	0.35	0.88	-0.625	0.78

PL. 21

DISTRIBUTION LOG-NORMALE.

$\frac{\log n - \log N}{5}$

Pourcentage de défaillances cumulé

99

98

97

96

95

94

93

92

91

90

85

80

75

70

65

60

55

50

45

40

35

30

25

20

15

10

9

8

7

6

5

4

3

2

1

+2

+1

0

-1

-2

N cycles

10^3

2

3

4

5

6

7

8

9

10^4

2

3

4

5

6

7

8

9

10^5

2

3

4

5

6

7

8

9

10^6

2

3

4

5

6

7

8

9

10^7

$3 \cdot 10^{-4}$

$2 \cdot 10^{-4}$

$1,5 \cdot 10^{-4}$

FATIGUE A E_m à 10^6 30 Hz

MARS SK. T16T.

PM. 68
ORLY

PL. 22

$\log N - \log N_M$
5

DISTRIBUTION LOG. NORMALE

Pourcentage de défaillances cumulé

(22)

99
98
97
96
95
94
93
92
91
90
85
80
75
70
65
60
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1

10³ 2 3 4 5 6 7 8 9 10⁴ 2 3 4 5 6 7 8 9 10⁵ 2 3 4 5 6 7 8 9 10⁶

84, 13

$3 \cdot 10^{-4}$

$2 \cdot 10^{-4}$

$1,5 \cdot 10^{-4}$

FATIGUE A ϵ_M^{cde}
MARS SV TIGT.

A 10⁹
30 Hz
P.M. 68
ONLY

défaillances

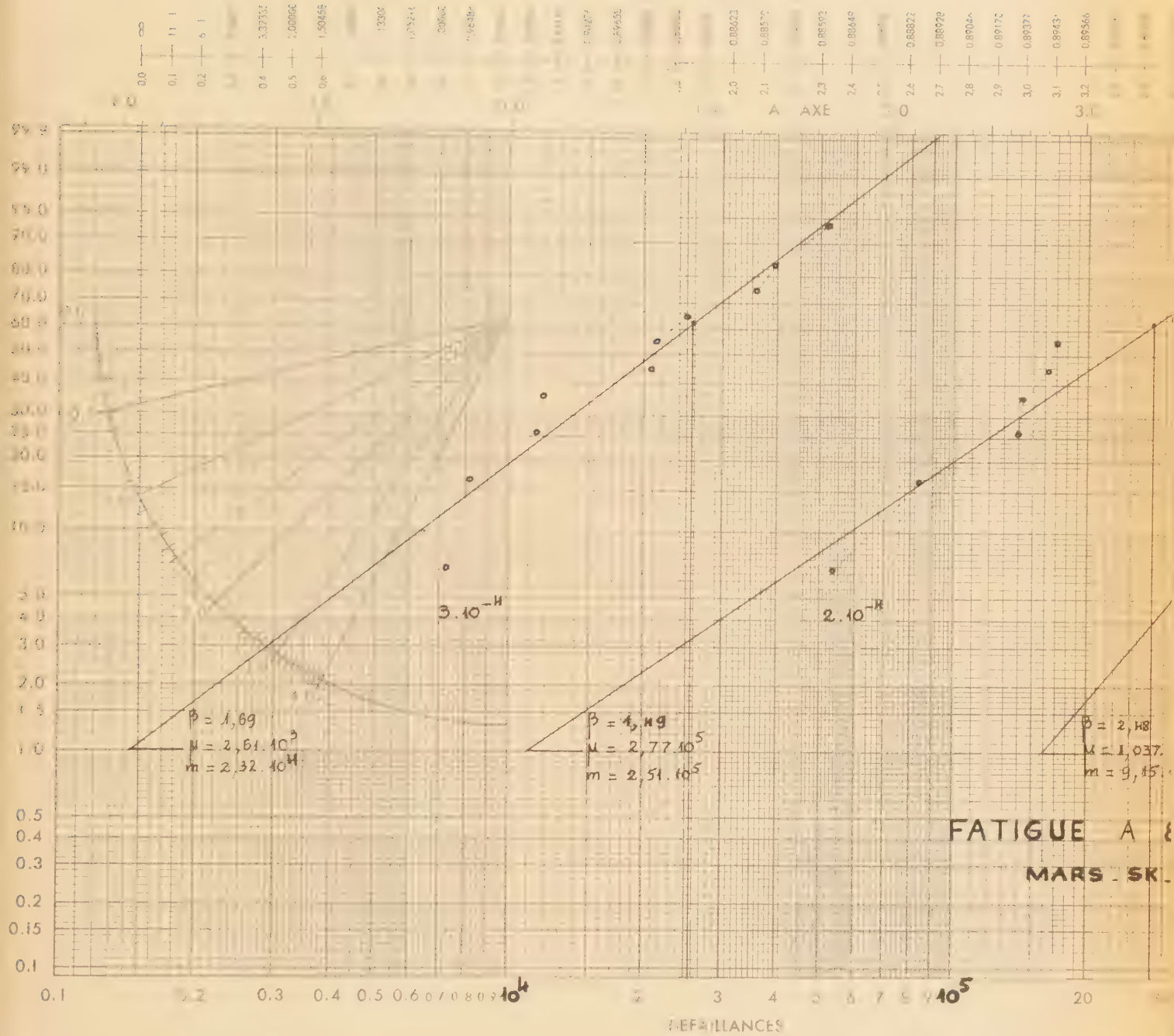
N cycles
≥ 10⁶

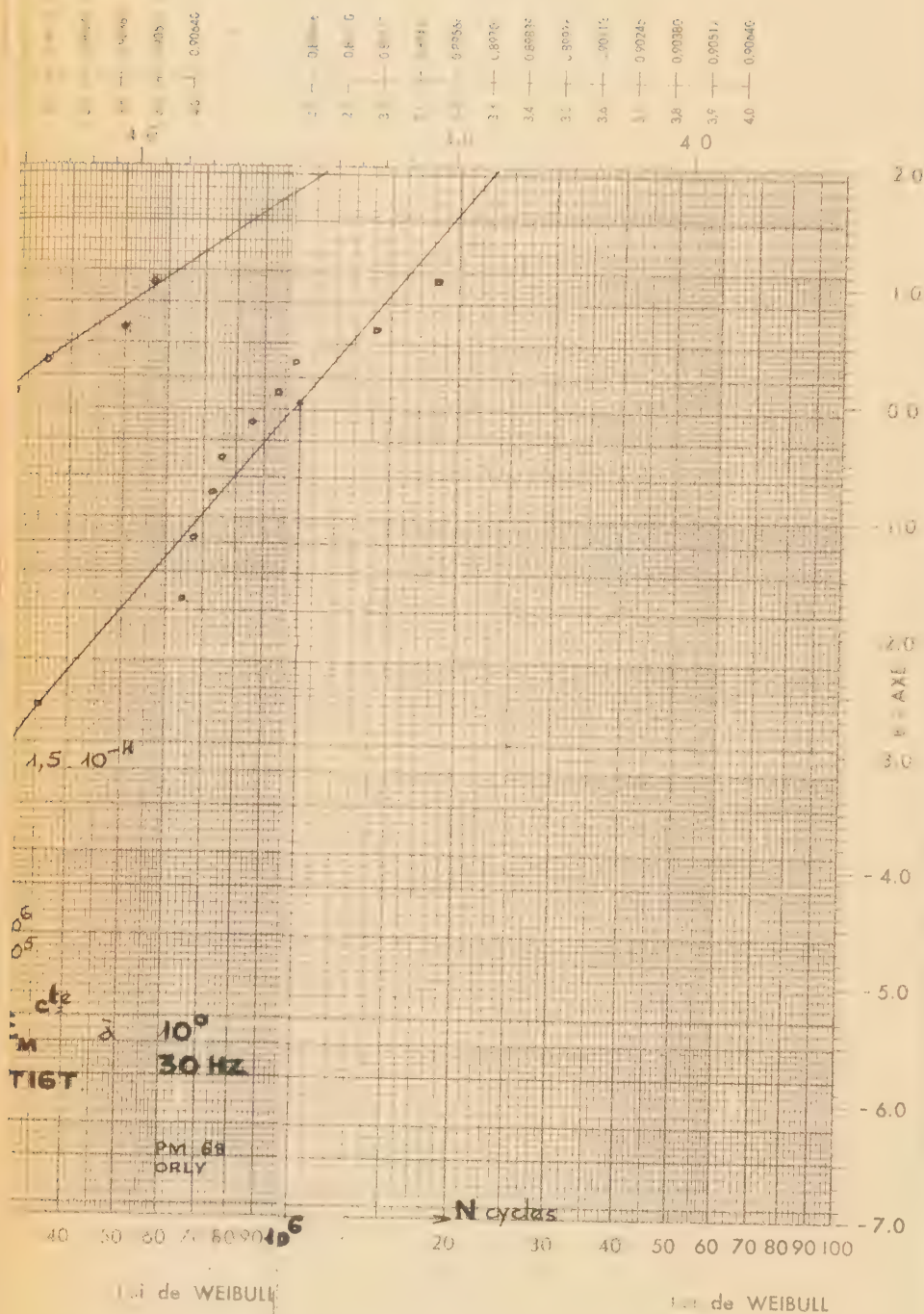
+1

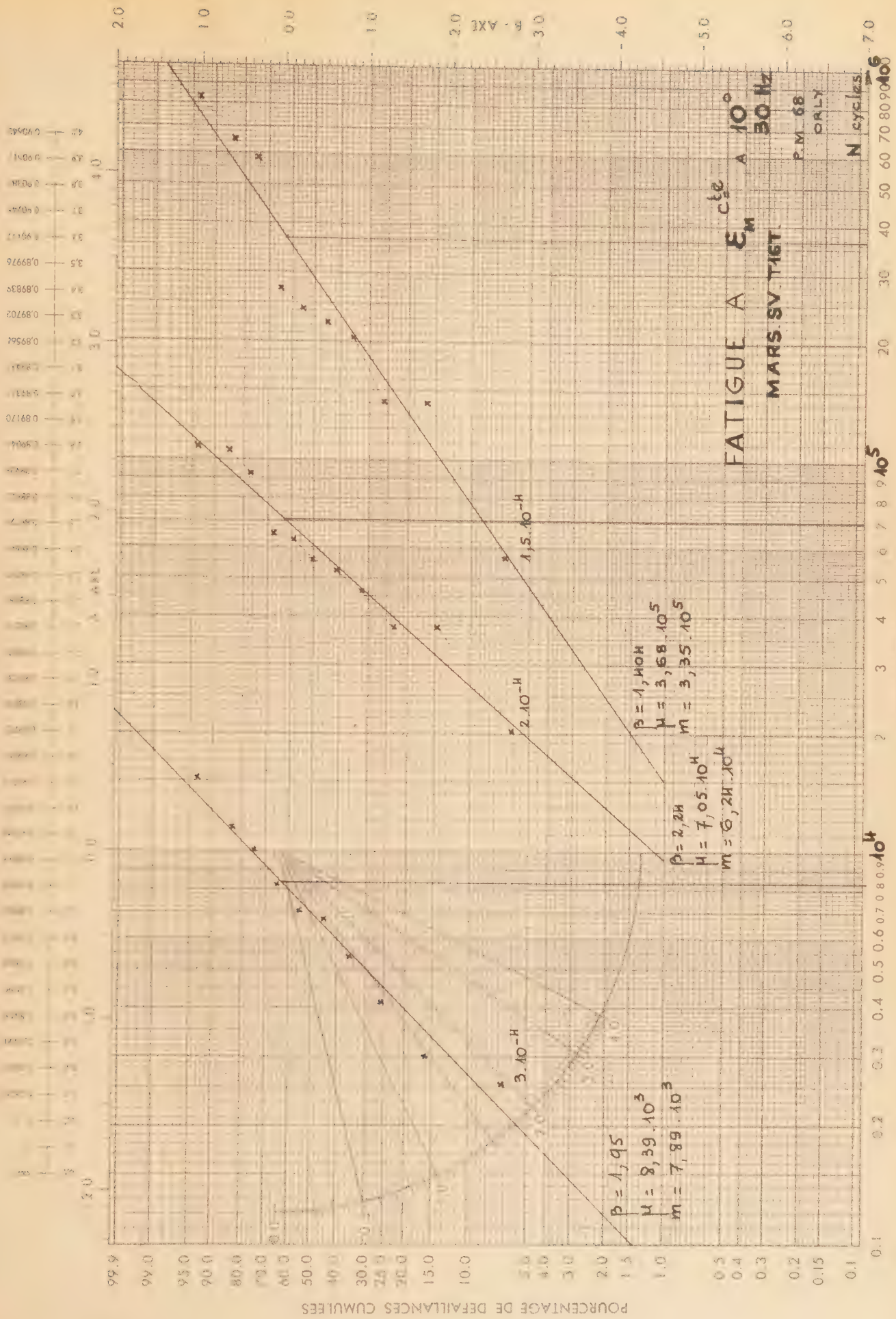
0

-1

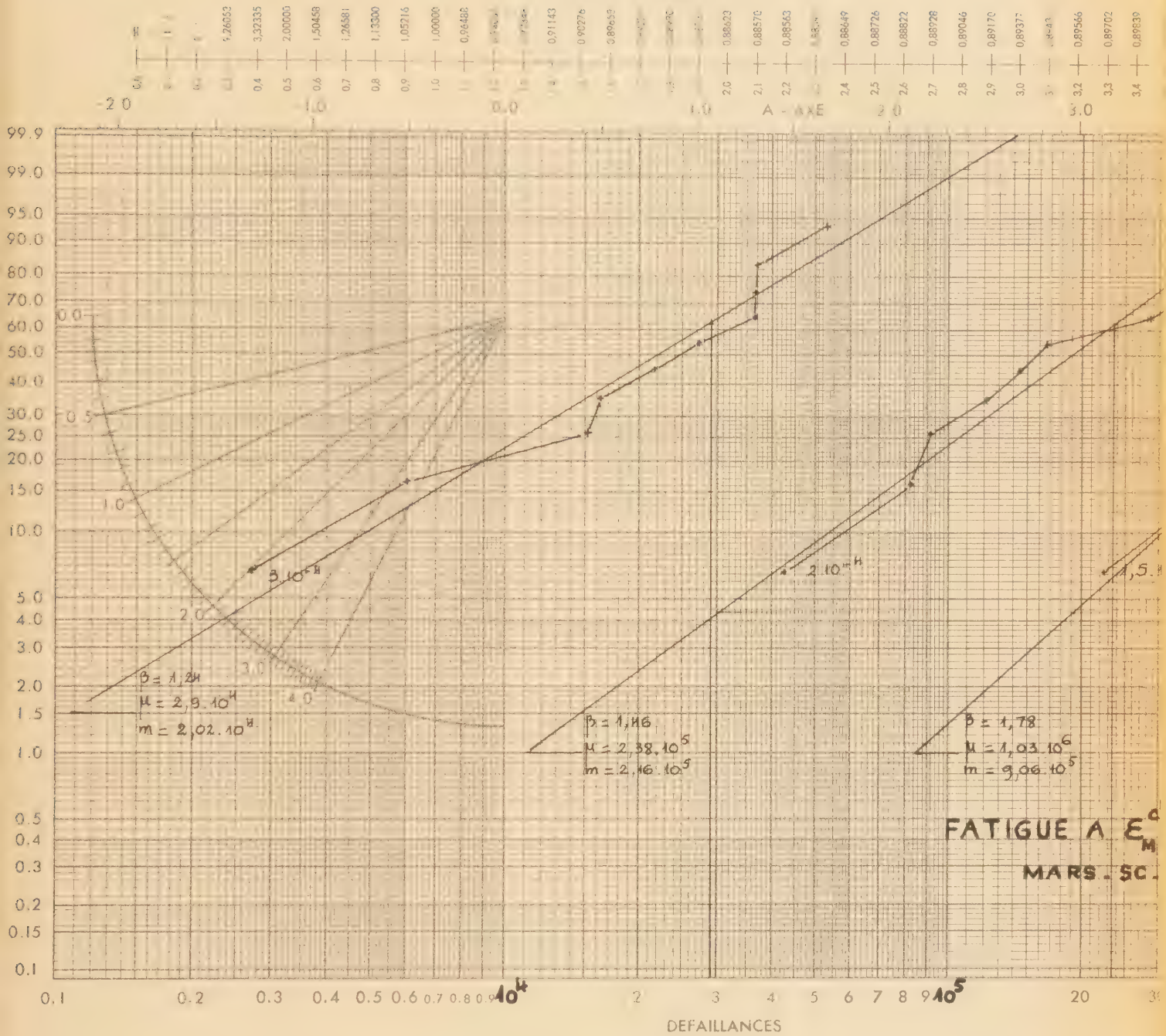
PL. 24





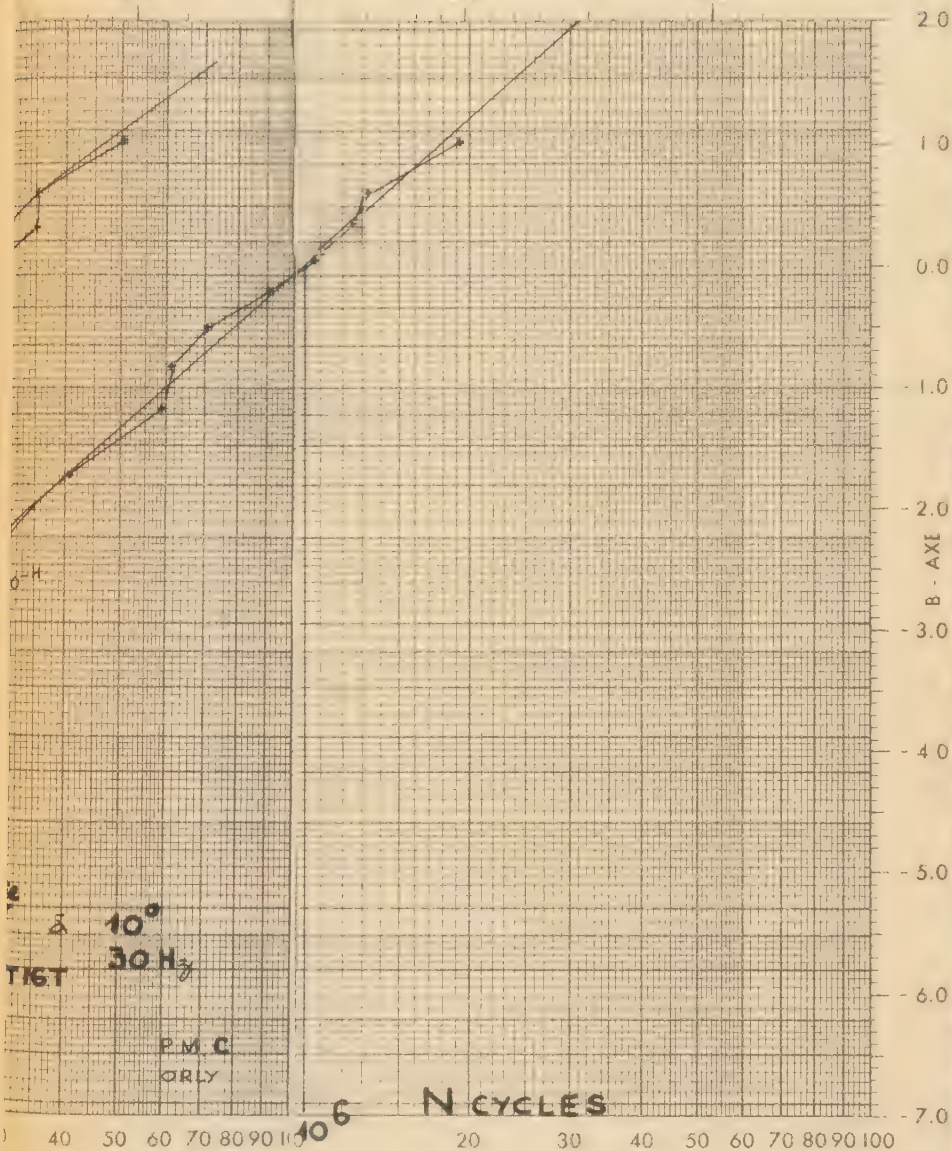


PL. 26



3.6	0.98115
3.7	0.99245
3.8	0.99887
3.9	0.99971
4.0	0.99997

3.6	0.98115
3.7	0.99245
3.8	0.99887
3.9	0.99971
4.0	0.99997



Loi de WEIBULL

Loi de WEIBULL

10^{-3}

E_m Amplitude max
de déformation

PL.27

10^{-4}

10^{-3}

191

2

3

4

5

6

7

8

9

10^4

2

3

4

5

6

7

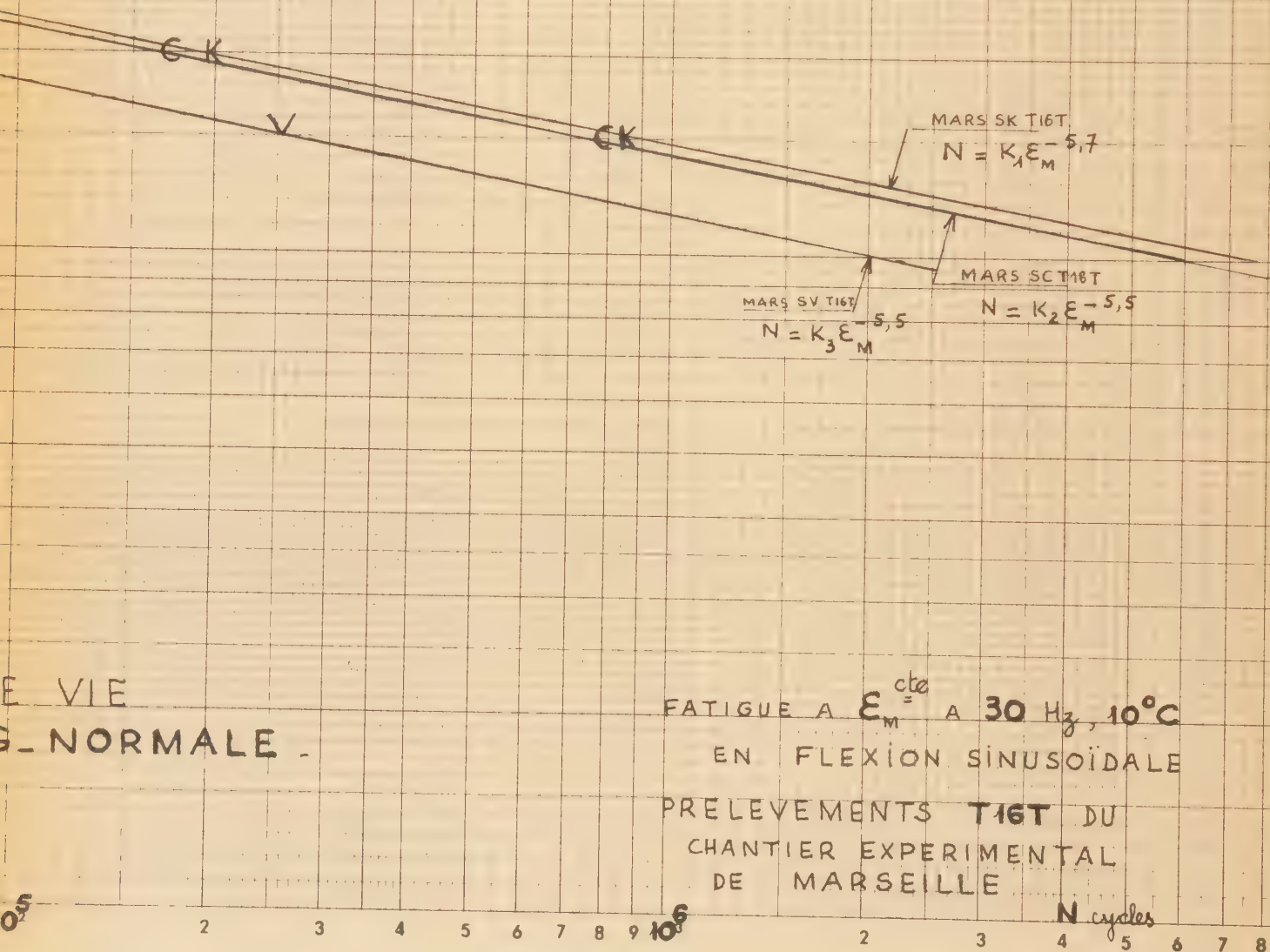
8

9

MOYENNES DES DUREES D
SUIVANT UNE DISTRIBUTION LOG

P.M.C. 68

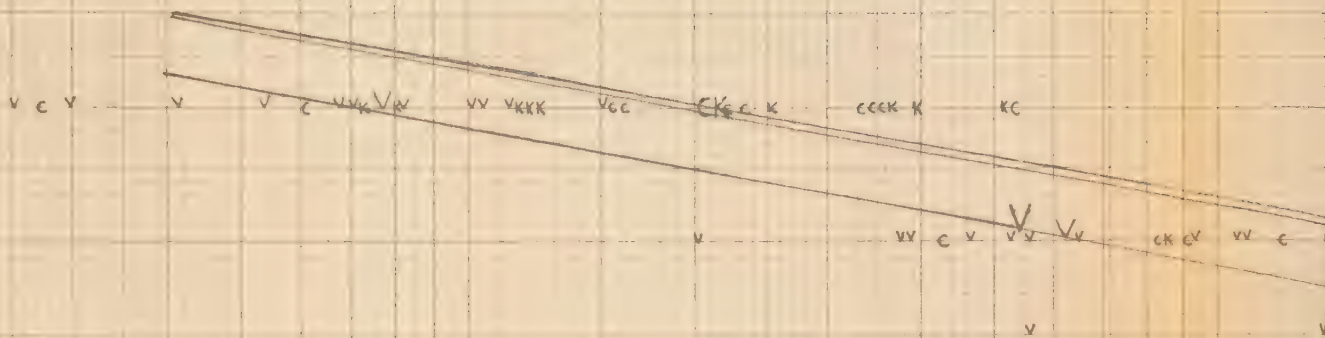
ORLY



10^{-3}

PL. 28

ϵ_M Amplitude max
de déformation



10^{-4}

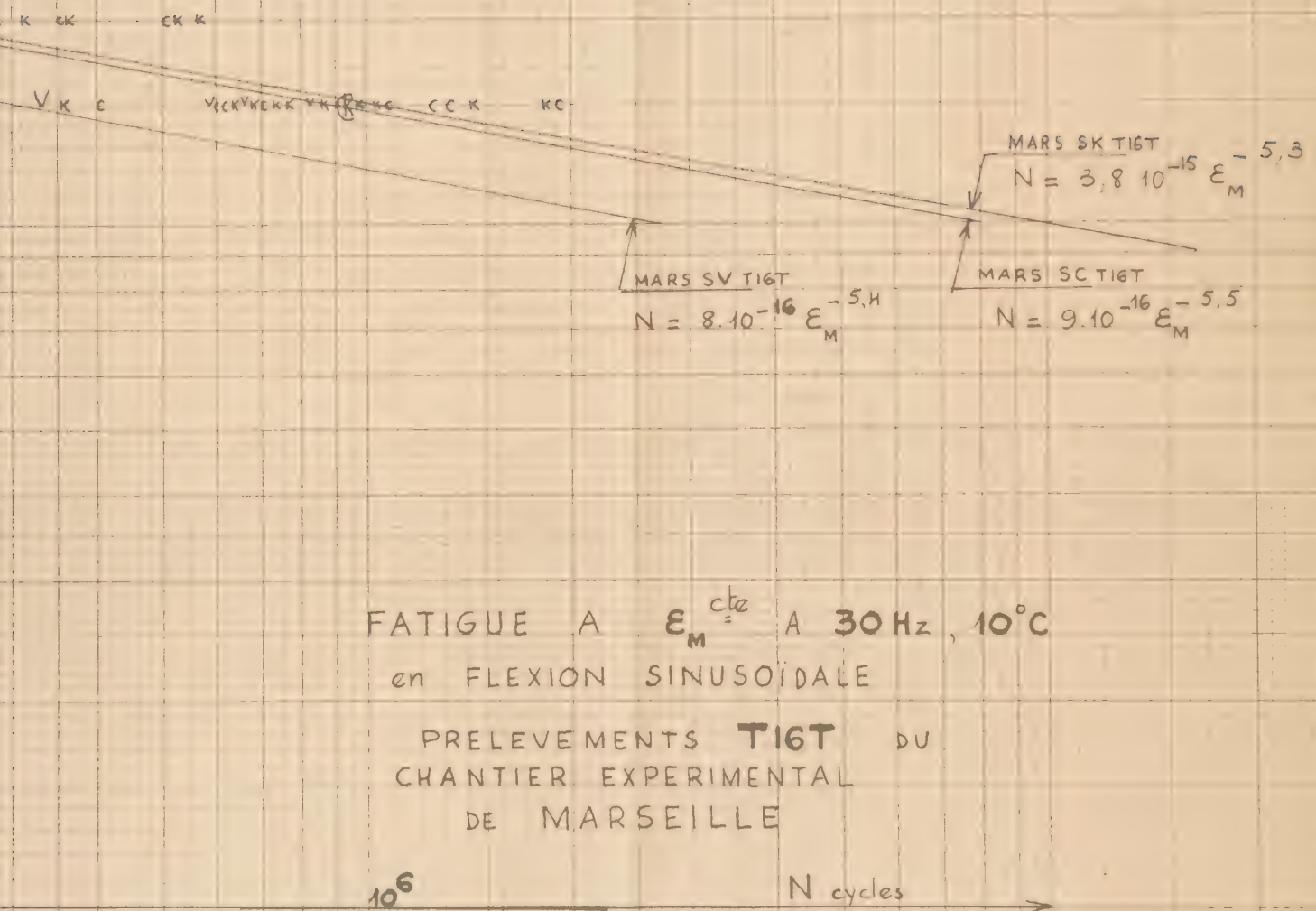
MOYENNES DES DUREES DE VIE SUIVANT
LOI DE DISTRIBUTION DE WEIBULL

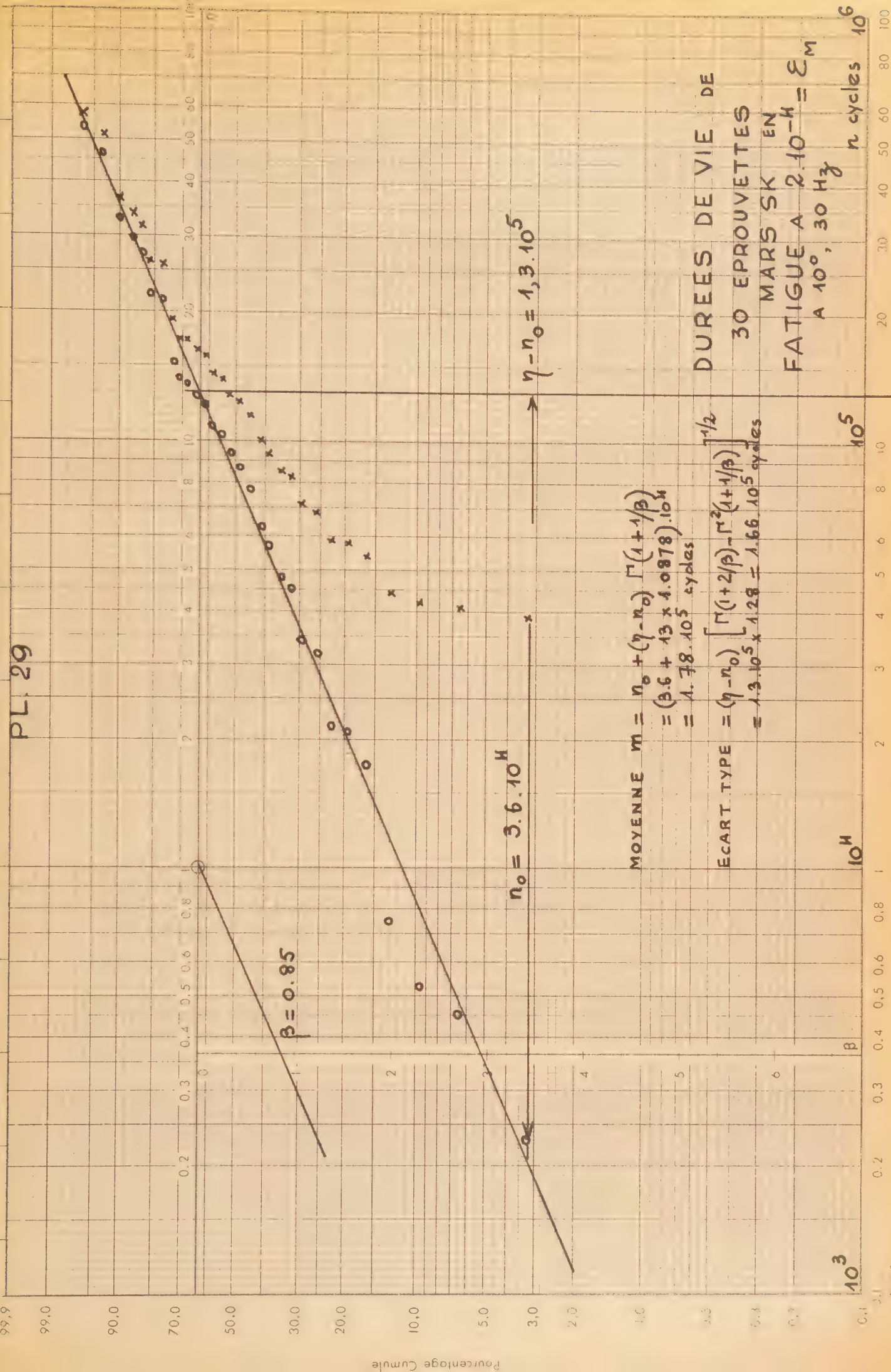
10^3

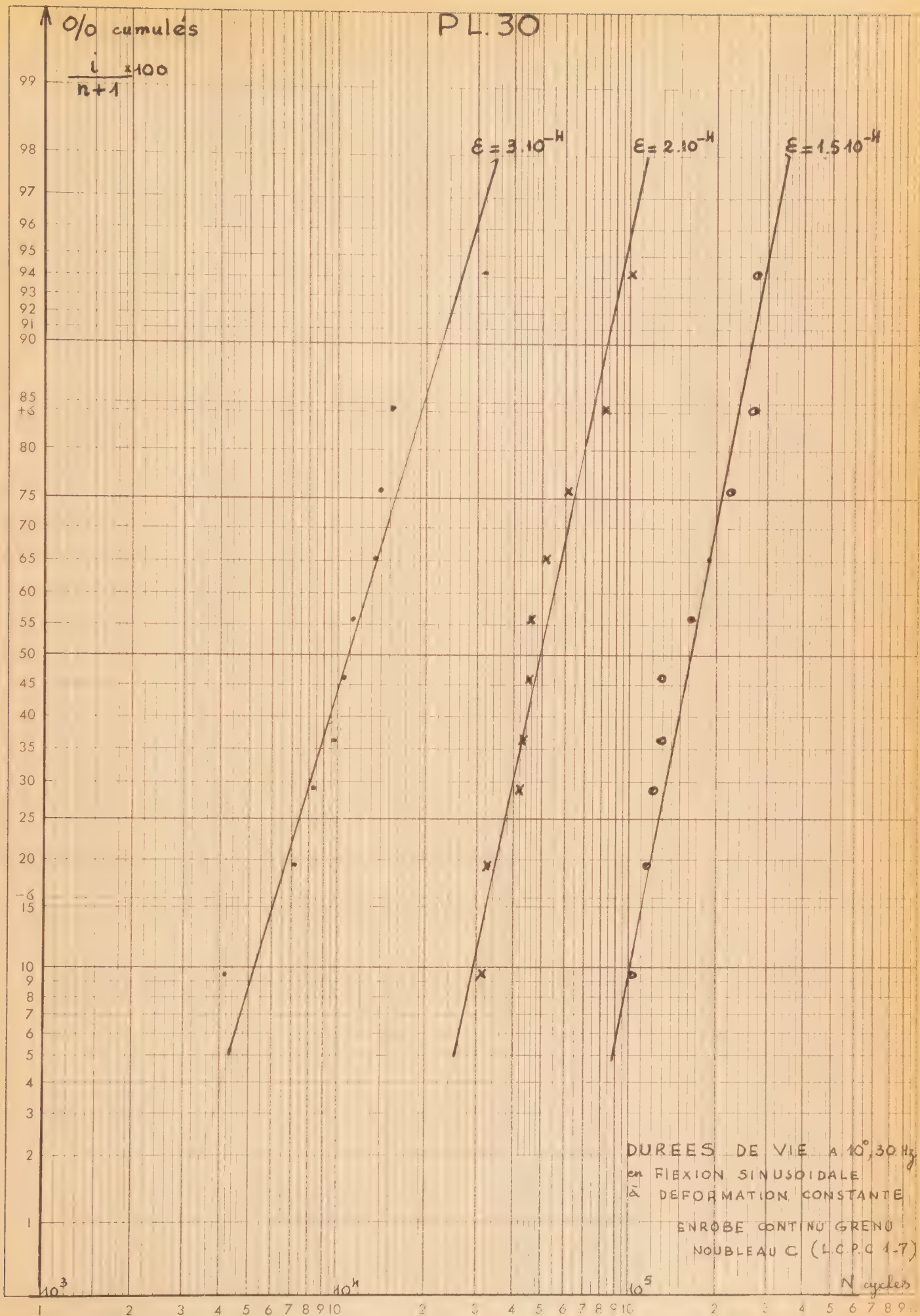
10^4

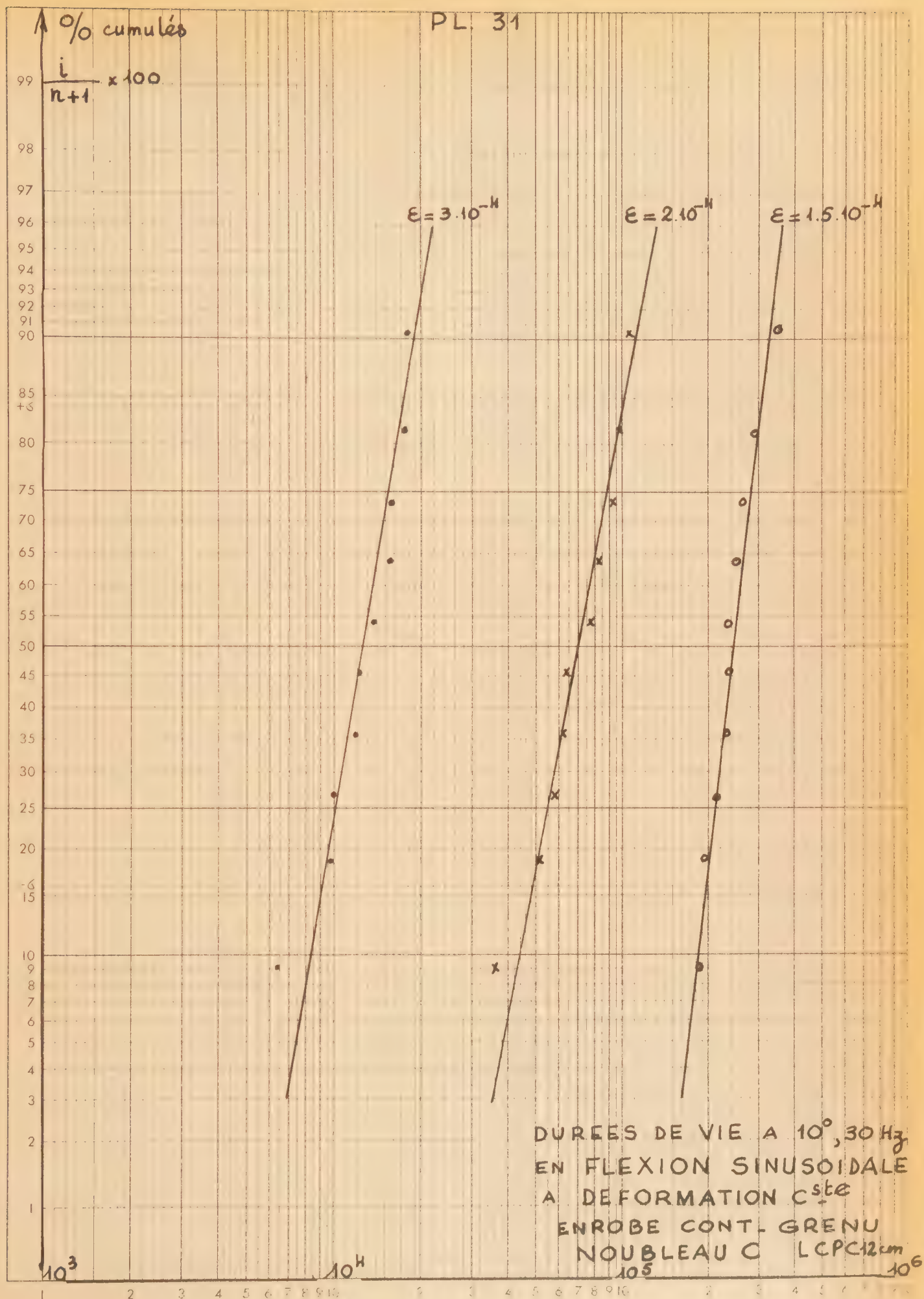
10^5

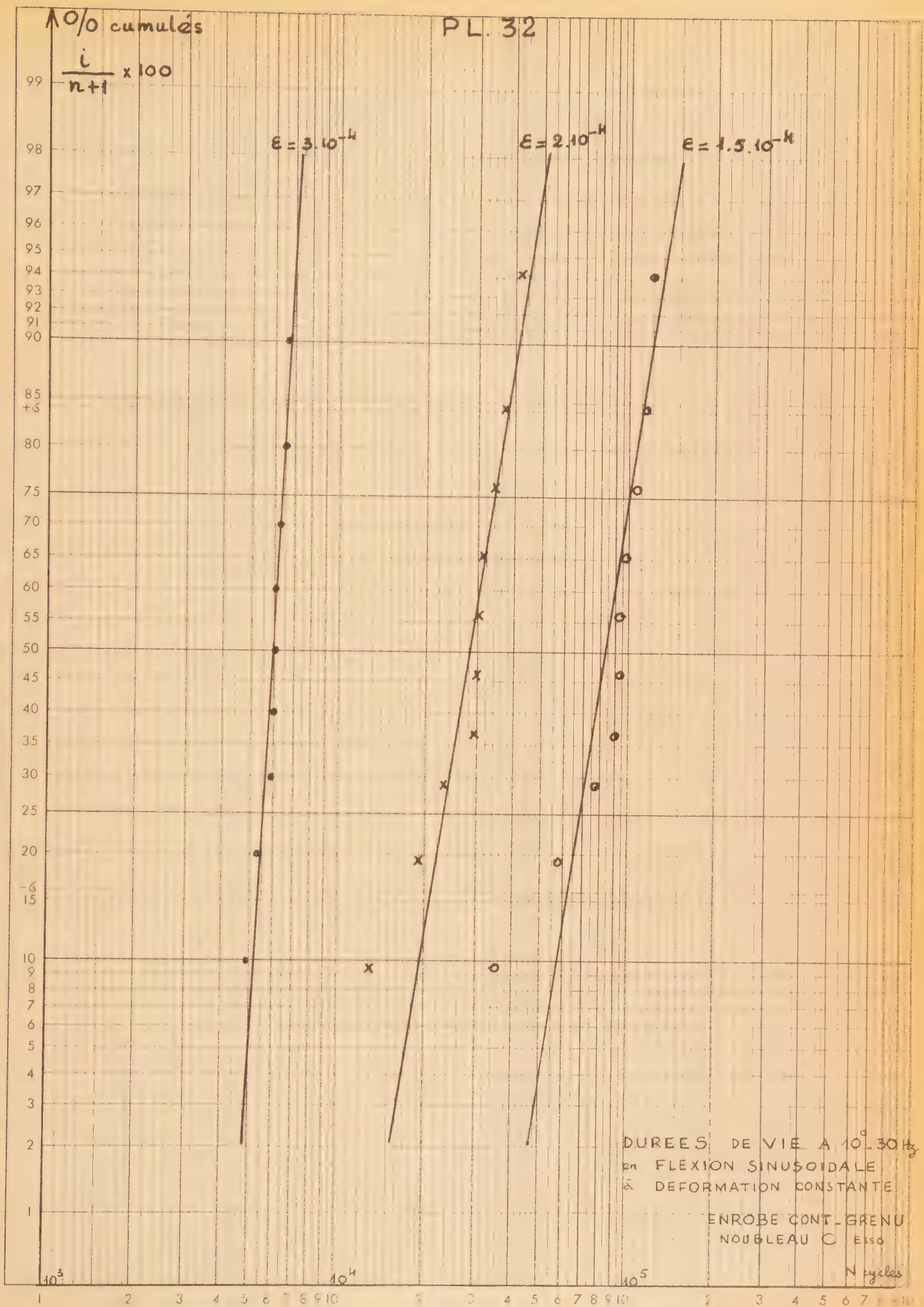
P.M.C. 68
ONLY







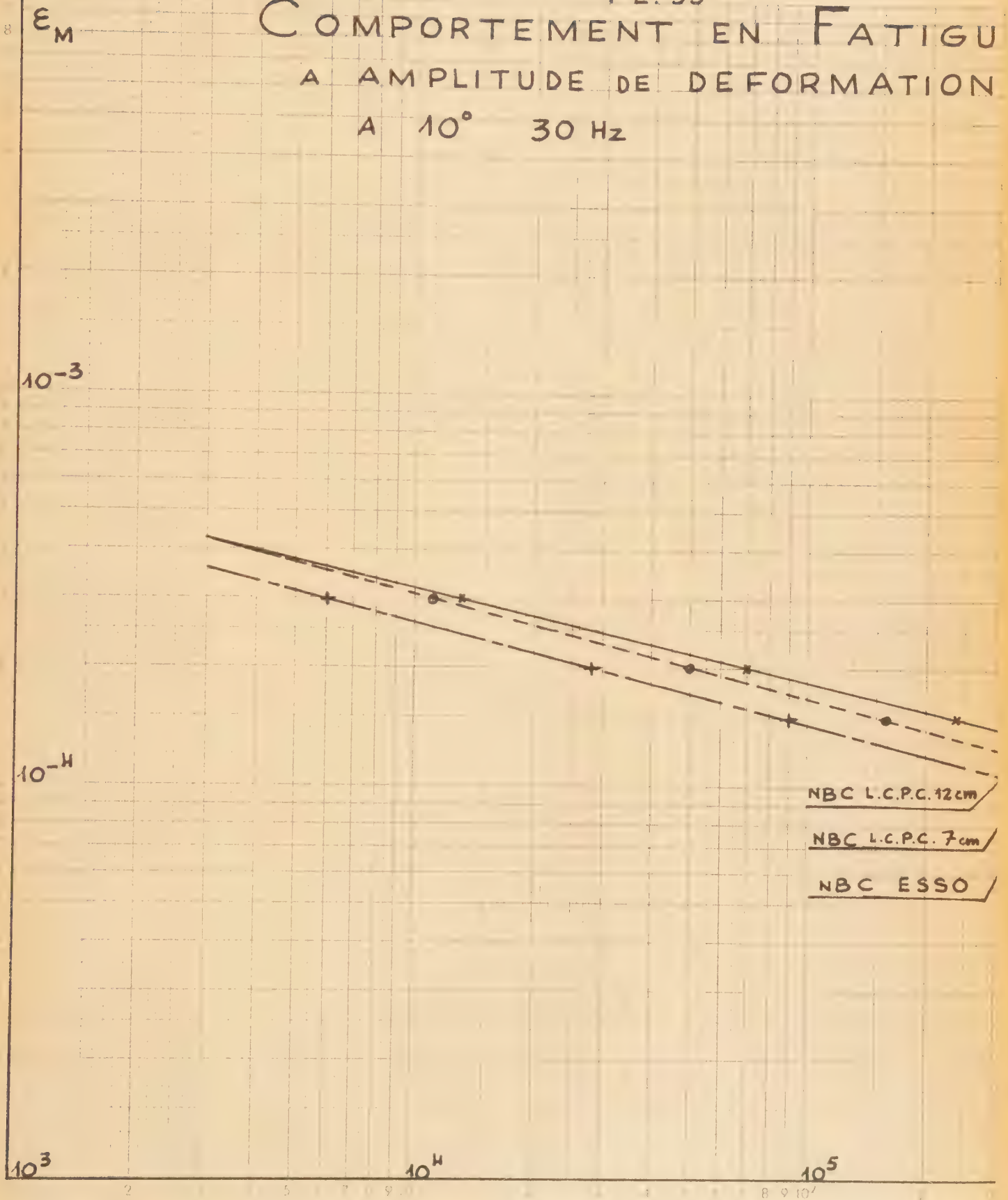




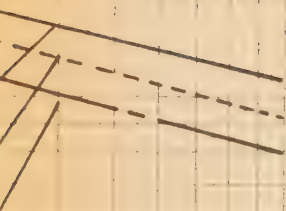
PL. 33

COMPOTEMENT EN FATIGU

A AMPLITUDE DE DEFORMATION
A 10° 30 Hz

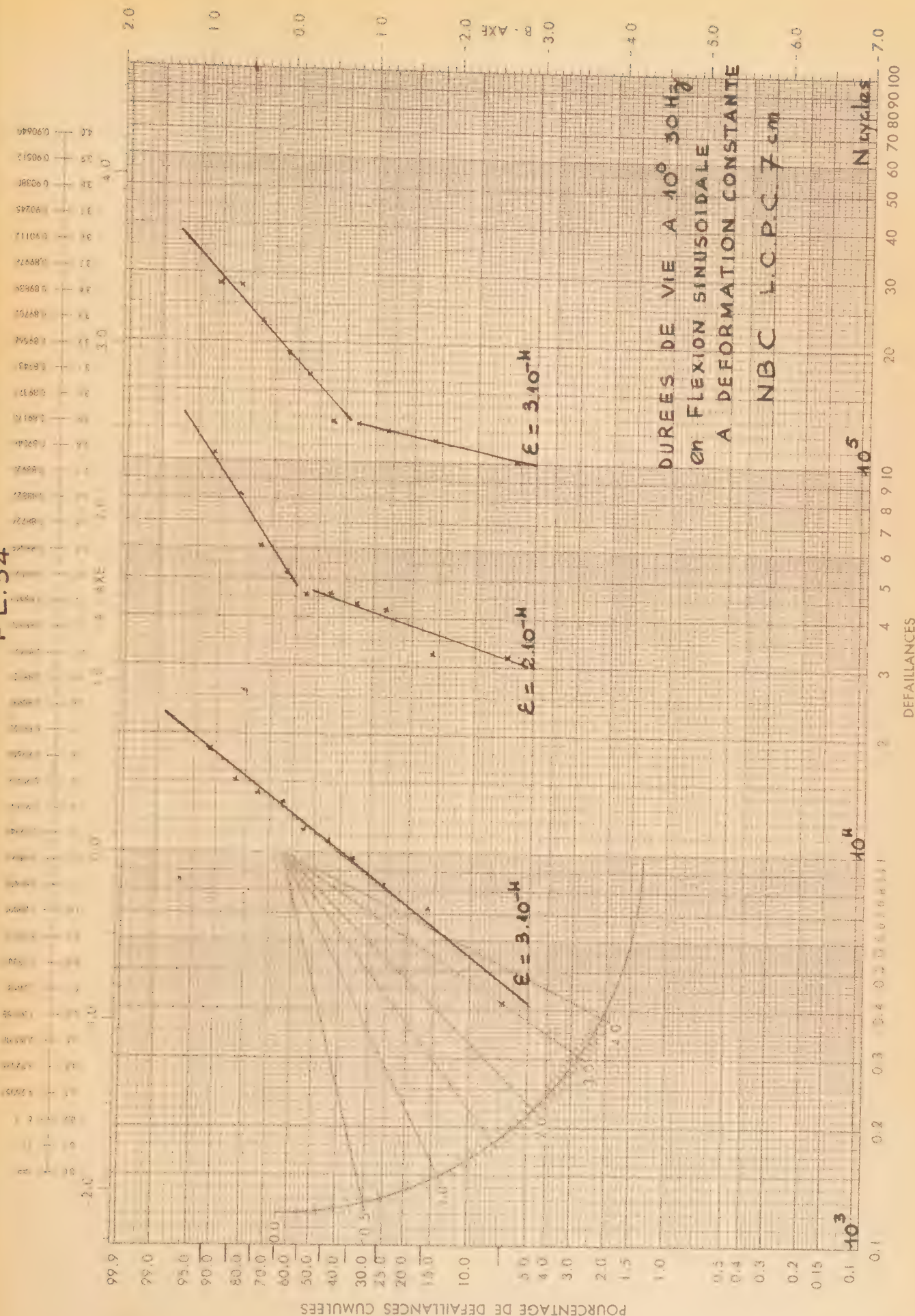


E
CONSTANTE



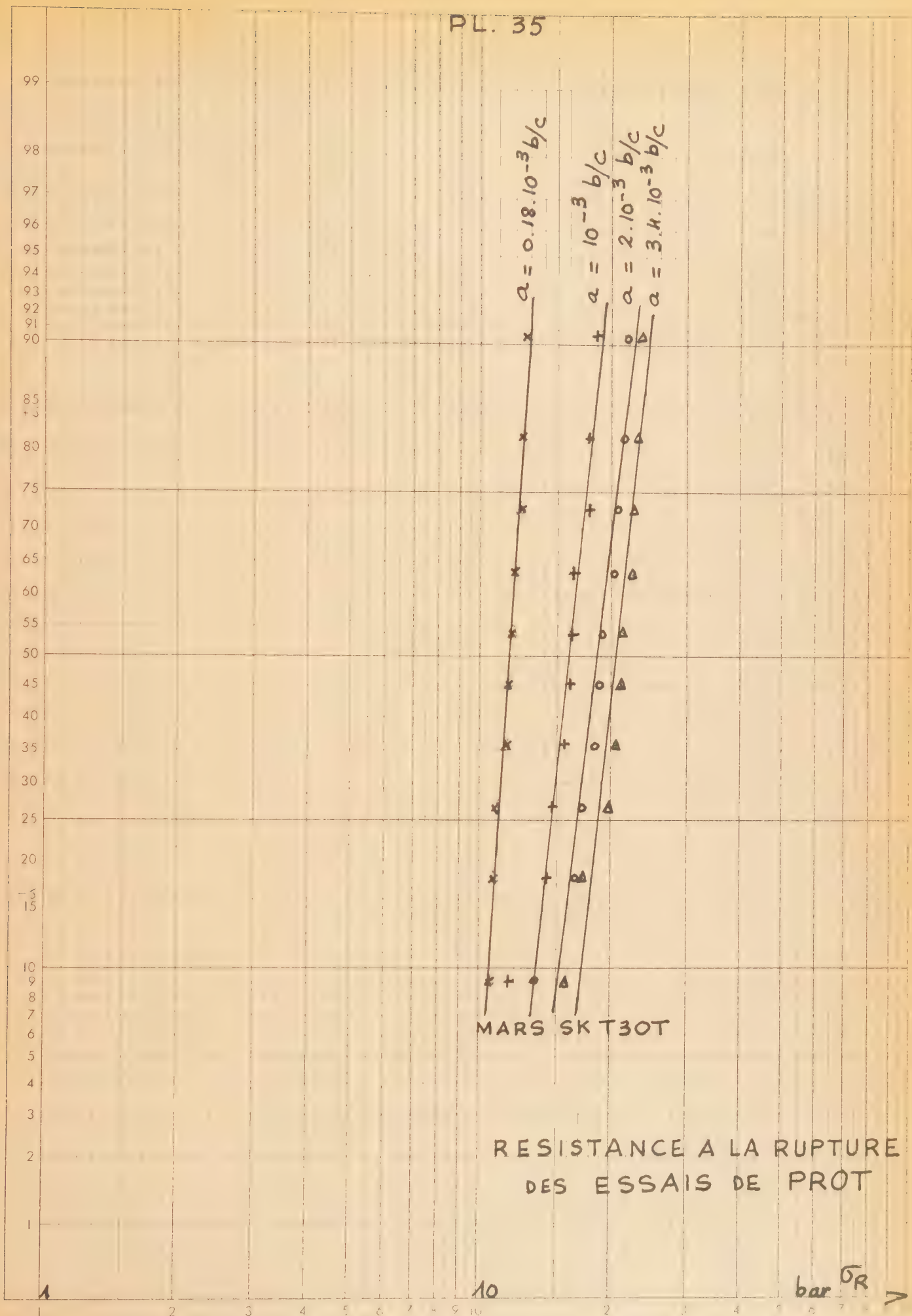
10^6

N cycles

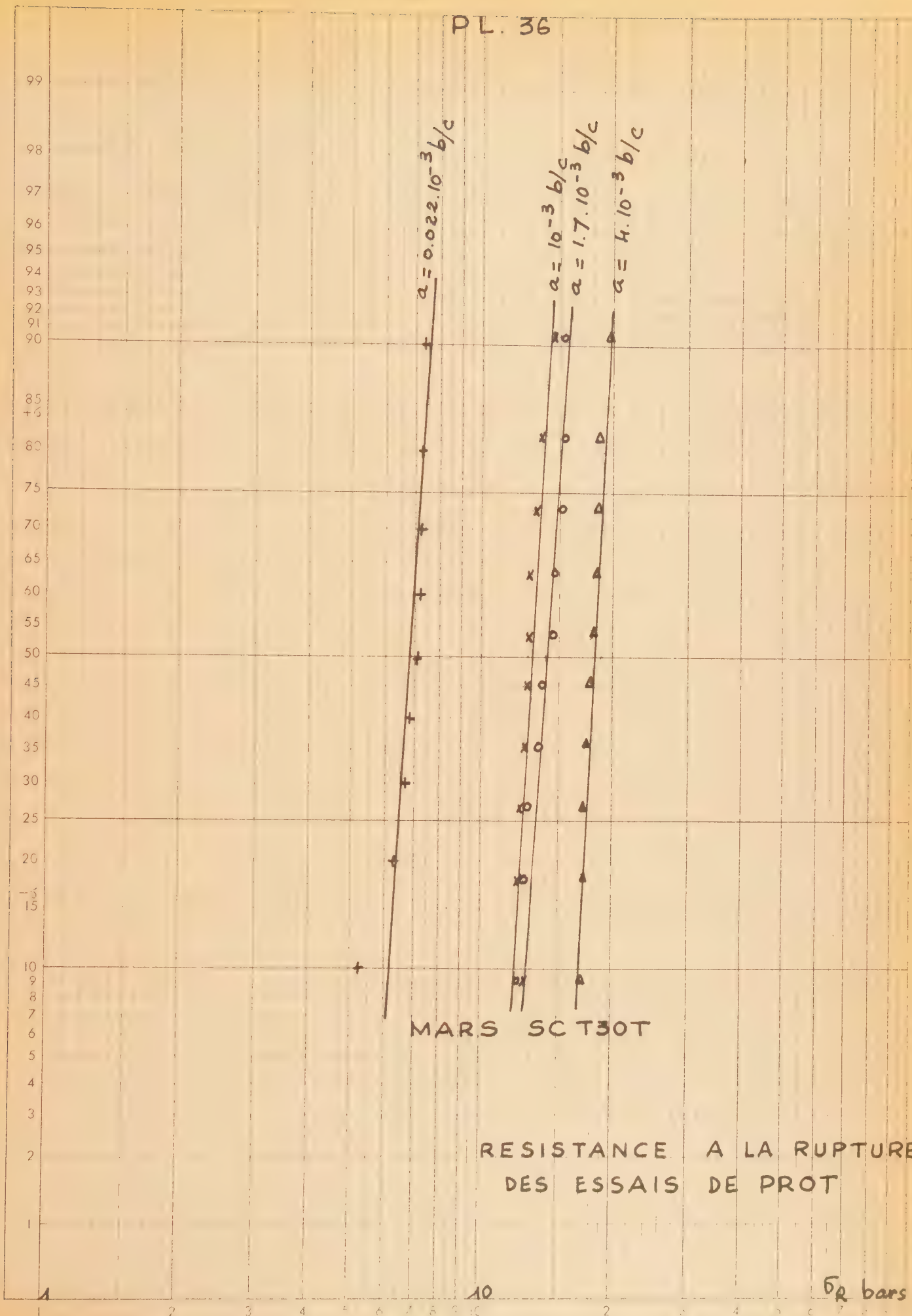


DUREES DE VIE A 10^6 30Hz
en FLEXION SINUSOIDALE
A DEFORMATION CONSTANTE
NBC L.C.P.C 7cm

Loi de WEIBULL



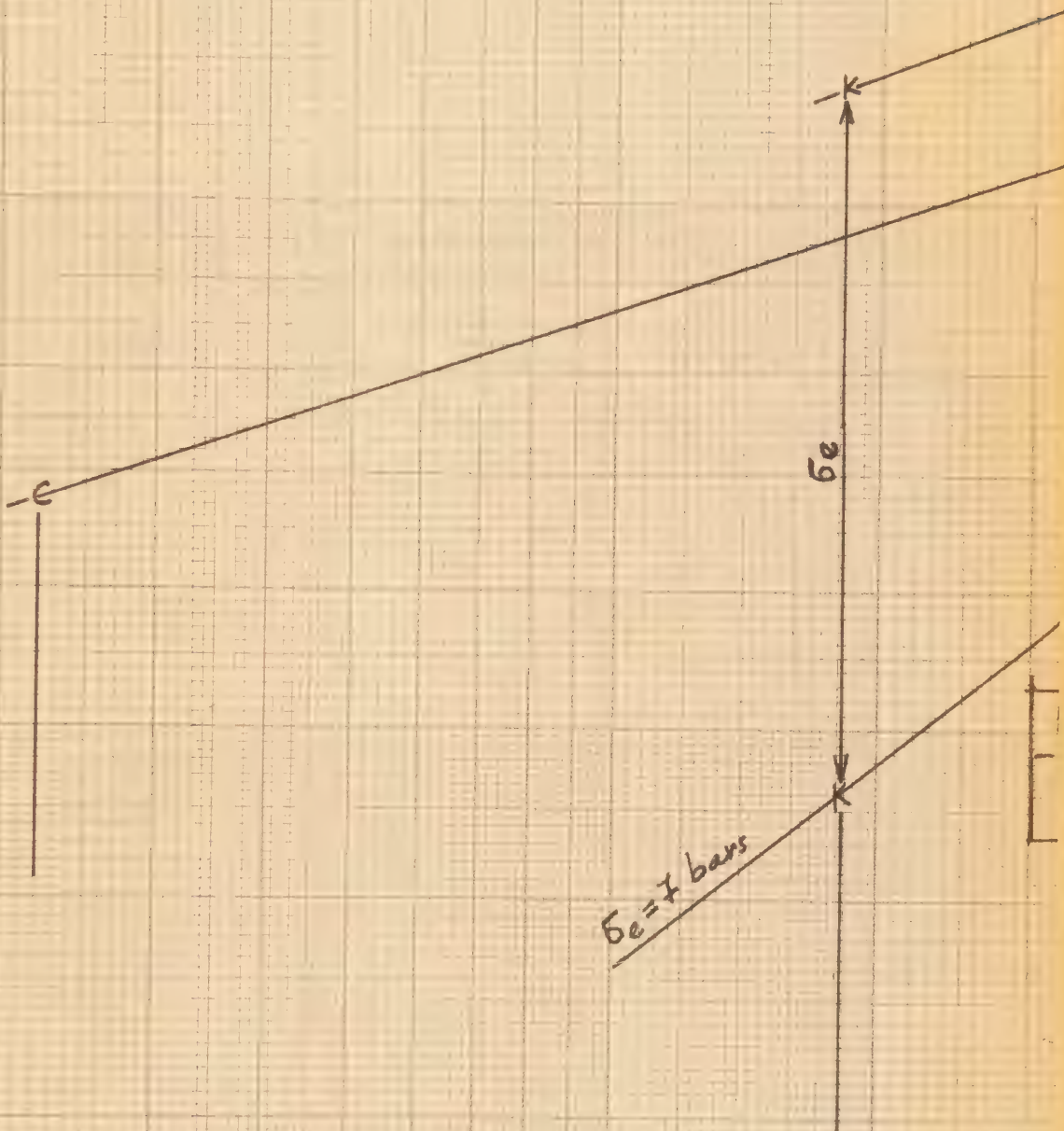
PL. 36



PL. 37

σ_R
bars

10
9
8
7
6
5
4
3
2

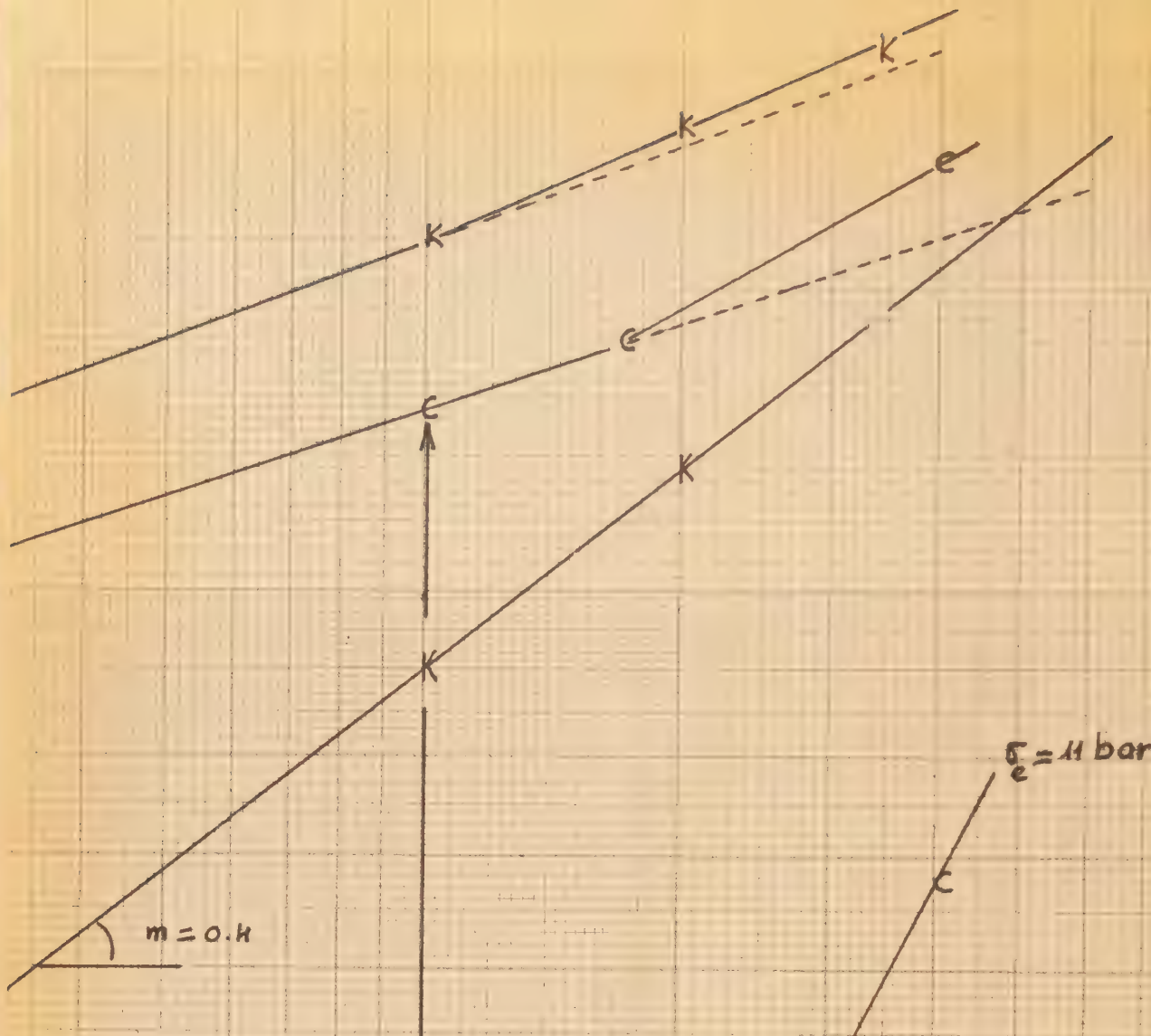


RESISTANCE A LA RUPT
EN FONCTION DU TAUX D'ÉVOLU-

Détermination graphique des

10^{-5}

10^{-4}



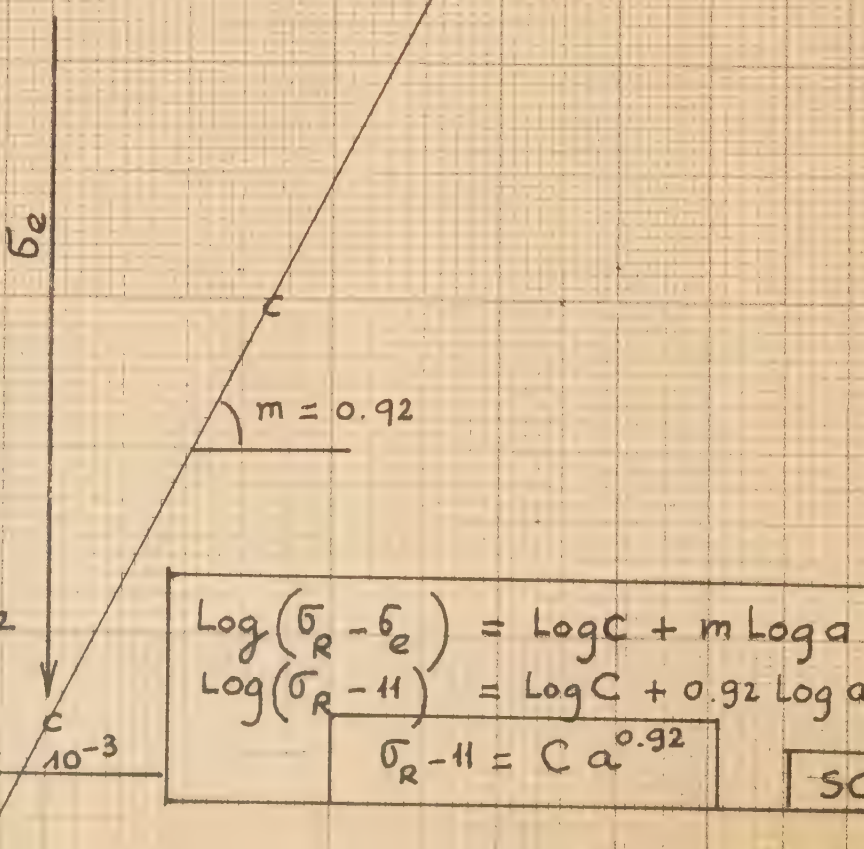
$m = 0.4$

$$-\log(\sigma_R - f) = \log K + 0.4 \log a$$

$$\sigma_R - f = K a^{0.4}$$

SK

$\sigma_e = 11 \text{ bar}$



$m = 0.92$

URE
TION DES CHARGES
limites d'endurance

$$\log(\sigma_R - \sigma_e) = \log C + m \log a$$

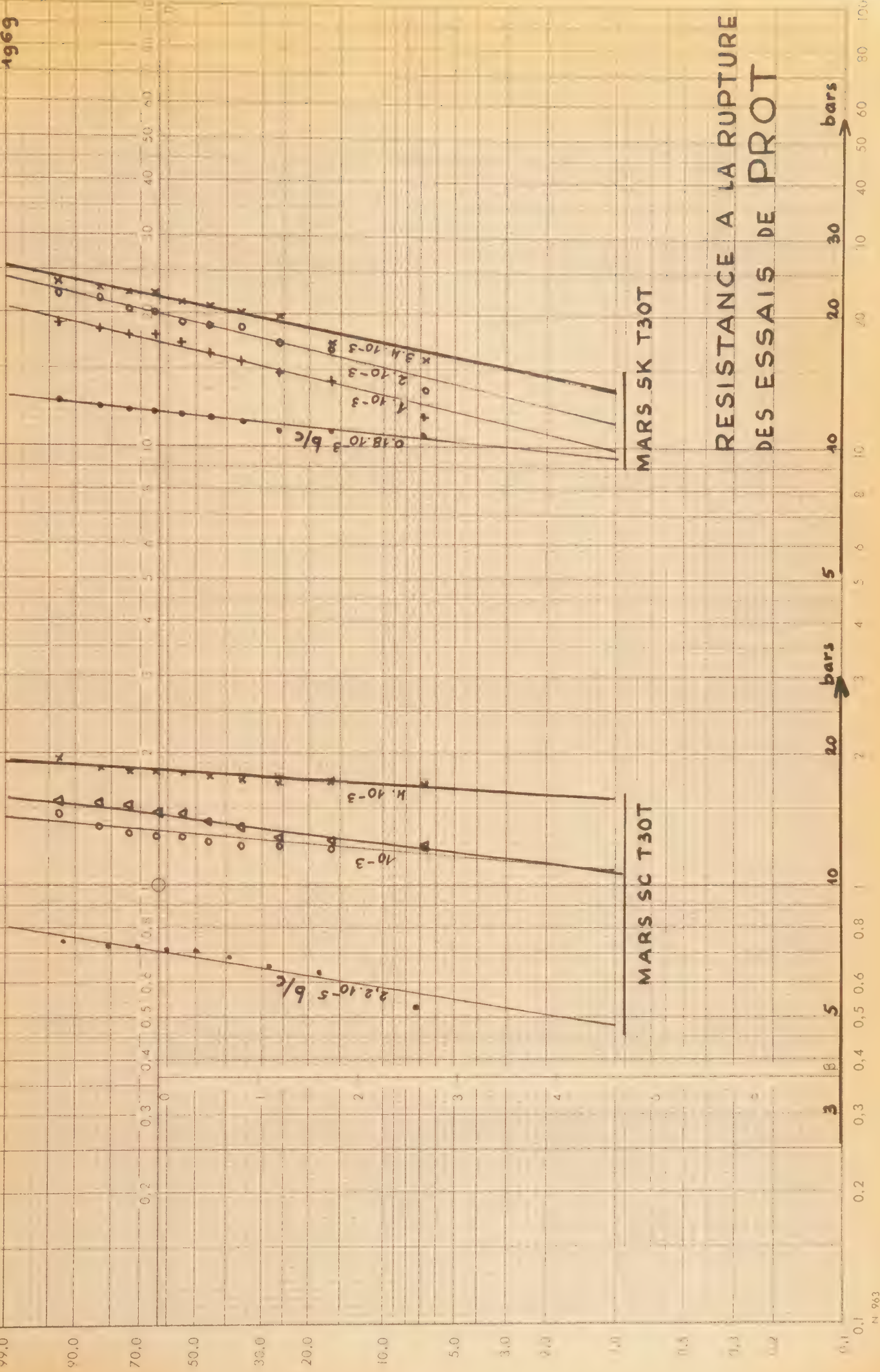
$$\log(\sigma_R - 11) = \log C + 0.92 \log a$$

$$\sigma_R - 11 = C a^{0.92}$$

SC

a
bar/c

Pourcentage Cumulé



RESISTANCE A LA RUPTURE
DES ESSAIS DE PROT

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

" CALCUL MATRICIEL DES STRUCTURES "

Vu et approuvé :

Paris, le 18 Juin 1970

Le Doyen de la Faculté des Sciences

Marc ZAMANSKY

Vu

et Permis d'imprimer :

le Recteur de l'Académie
de Paris

R. MALLET

